**Download FREE Study Package from www.TekoClasses.com & Learn on Video**
**www.MathsBySuhag.com Phone :0 903 903 7779, 98930 58881**

विध्न विचारत भीरु जन, नहीं आरम्भे काम,
विपति देख छोड़े तुरंत मध्यम मन कर श्याम।
पुरुष सिंह संकल्प कर, सहते विपति अनेक,
'बना' न छोड़े ध्येय को, रघुबर राखे टेक।।

*रचितः मानव धर्म प्रणेता*
*सद्गुरु श्री रणछोड़दासजी महाराज*

# सतत्ता और अवकलनीयता (Continuity & Derivability)

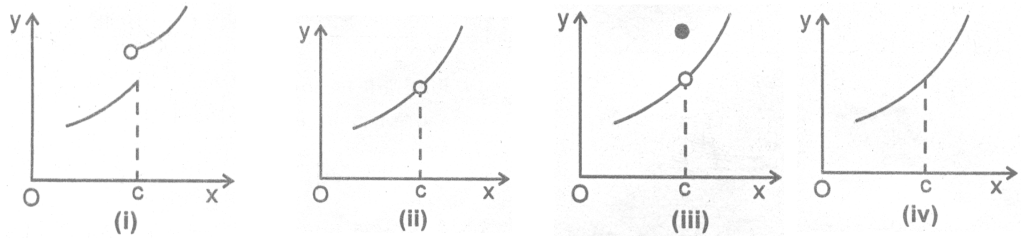
*Calculus required continuity, and continuity was supposed to require the infinitely little; But nobody could what the infinitely little might be.....Russell, Bertrand*

कोई फलन $f(x)$, $x = c$ सतत् कहलाता है यदि $\lim\limits_{x\to c} f(x) = f(c)$ हो,
संकेतात्मक रूप में f, $x = c$ पर सतत् होता है यदि

$\lim\limits_{h\to 0} f(c-h) = \lim\limits_{h\to 0} f(c+h) = f(c)$ हो।

अर्थात $x = c$ पर फल की बांयी सीमा, $x = c$ पर फलन की दांयी सीमा और $x = c$ पर फलन का मान परस्पर बराबर हो।

यदि फलन $f(x)$, $x = c$ पर सतत् है तब संगत बिन्दु $\{c, f(c)\}$ पर फलन $f(x)$ का लेखाचि टूटा हुआ नहीं होगा, परन्तु यदि $x = c$ पर फलन $f(x)$ असतत् है तब $x = c$ पर ग्राफ टूटा हुआ होगा।




((i), (ii) और (iii), $x = c$ पर असतत् है)
((iv) $x = c$ पर सतत् है)
कोई फलन f निम्न किसी भी तीन स्थितियों में असतत् हो सकता है–

(i) $\lim\limits_{x\to c} f(x)$ का अस्तित्व न हो अर्थात $\lim\limits_{x\to c^-} f(x) \neq \lim\limits_{x\to c^+} f(x)$ [चित्र (i)]

(ii) $x = c$ पर फलन $f(x)$ परिभाषित न हो [चित्र (ii)]

(iii) $\lim\limits_{x\to c} f(x) \neq f(c)$ [चित्र (iii)]

अर्थात ज्यामितिय रूप से यह कहा जा सकता है कि फलन का आलेख $x = c$ पर टूटन को प्रदर्शित करेगा।

---

**असत्ता के प्रार (Types of Discontinuity):**

**(i) प्रथम प्रकार की असतत्ता (Discontinuity of 1st kind):**

यदि $\lim_{x\to c^-} f(x)$ एवं $\lim_{x\to c^+} f(x)$ दोनों परिमित रूप से विद्यमान हो, तो फलन f को $x = c$ पर प्रथम प्रकार की असत्ता कहते है।

यदि दोनों सीमाएं अर्थात $\lim_{x\to c^-} f(x)$ एवं $\lim_{x\to c^+} f(x)$ बराबर हो, तो असत्ता को प्रथम प्रकार की विस्थापनीय असतत्ता कहते है।

इस स्थिति में यदि हम एक फलन g(x) को इस प्रकार परिभाषित करते है ताकि $g(x)=\begin{cases} fx & \text{यदि } x\neq c \\ \lim_{x\to c} f(x) & \text{यदि } x\neq c \end{cases}$ हो, तो g(x) बिन्दु $x = c$ पर सतत् होगा।

विस्थापनीय असतत्ता को पुनः वर्गीकृत किया जा सकता है–

(i) **विलोपित बिन्दु असतत्ता :**

जहाँ $\lim_{x\to a} f(x)$ परिमित रूप से विद्यमान है परन्तु f(a) परिभाषित नहीं है।

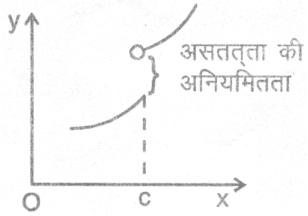
उदाहरण $f(x)=\frac{(1-x)(9-x^2)}{(1-x)}$ के लिए $x = 1$ पर विलोपित बिन्दु असतत्ता है। [चित्र (ii), पृष्ठ 1]

**(ii) विलगित बिन्दु असतत्ता :**

जहाँ $\lim_{x\to a} f(x)$ विद्यमान है तथा f(a) भी विद्यमान है परन्तु $\lim_{x\to a} f(x) \neq f(a)$

उदाहरण $f(x)=\begin{cases} \frac{x^2-16}{x-4} & \text{यदि } x\neq 4 \\ 9 & \text{यदि } x\neq 4 \end{cases}$, $x = 4$ पर टूटन है।

यदि $\lim_{x\to c^-} f(x)$ एवं $\lim_{x\to c^+} f(x)$ बराबर नहीं हो, तो इसे प्रथम प्रकार की अविस्थापनीय असतत्ता कहा जाता है तथा इस स्थिति में $|R.H.L. - L.H.L.|$ असतत्ता का अनियमितता (jump) कहा जाता है।




नोटः यदि कोई फलन दिए अन्तराल में अनियमितता की निश्चित संख्या रखता है तो उस अन्तराल में फलन पीस–वाइस सतत् या विभागी सतत् कहलाता है। उदाहरणतः {x}, [x]

**(ii) द्वितीय प्रकार की असतत्ताः**

यदि L.H.L. या R.H.L. या दोनों विद्यमान नहीं हो, तो असतत्ता को द्वितीय प्रकार की असतत्ता कहते है।

उदाहरण $f(x)=\frac{1}{x-4}$ या $g(x)=\frac{1}{(x-4)^2}, x=4$ पर (अपरिमित असतत्ता)

या $f(x)=\sin\frac{1}{x}, x=0$ (दोलन असतत्ता)

बिन्दु फलन केवल एक बिन्दु पर परिभाषित है जो असतत्ता को प्रदर्शित करता है।

उदाहरण $x = 1$ पर $f(x)=\sqrt{1-x}+\sqrt{x-1}$ सतत् नहीं है।

---

**असतत्ता पर प्रमेय (Theorems on continuity):**

(i) यदि f एवं g दो फलन है जो $x = c$ पर सतत् है तब निम्न प्रकार से परिभाषित फलन –

$F_1(x)=f(x)\pm g(x); F_1(x)=Kf(x), K$ कोई वास्तविक संख्या है, एवं $F_3(x)=f(x).g(x)$ भी $x = c$ पर सतत् होते है। यदि g(c) शून्य नहीं है तो $F_4(x)=\frac{f(x)}{g(x)}$ भी $x = c$ पर सतत् होगा।

(ii) यदि $x = a$ पर $f(x)$ सतत् हो और $g(x)$ असतत् हो तब गुणन फलन $\phi(x) = f(x).g(x)$ सतत् हो सकता है और नहीं भी लेकिन योग एवं अन्तर फलन $\phi(x) = f(x) \pm g(x), x = a$ पर निश्चित रूप से असतत् होगा।

उदाहरणतः $f(x) = x$ एवं $g(x) = \begin{cases} \sin\frac{\pi}{x} & x \neq 0 \\ 0 & X = 0 \end{cases}$

(iii) यदि $x = a$ पर $f(x)$ एवं $g(x)$ दोनो असतत् है तब $x = a$ पर गुणन फलन $\phi(X) = F(X).G(X)$ सतत् होना आवश्यक नही है।

उदाहरणतः $f(x) = g(x) = \begin{cases} 1 & X \geq 0 \\ -1 & X < 0 \end{cases}$

तथा $x = a$ पर $f(x) + g(x)$ एवं $f(x) - g(x)$ में से अधिक एक सतत् है।

---

**संयुक्त फलन की सतत्ता (Continuity of Composite Functions):**

यदि $x = c$ पर $f$ सतत् है एवं $x = f(c)$ पर $g$ सतत है तब संयुक्त फलन $g(f(x))$, $x = c$ पर सतत् होता है। उदाहरणतः $f(x) = \frac{x \sin x}{x^2 + 2}$ एवं $g(x) = |x|, x = 0$ पर सतत् है अतः $x = 0$ पर संयुक्त फलन $(gof)(x) = \left|\frac{x \sin x}{x^2 + 2}\right|$ भी सतत् होगा।

---

**अन्तराल में सतत्ता (Continuity in an interval):**

(a) फलन f अन्तराल (a,b) में सतत् कहलाता है यदि इस अन्तराल (a,b) के प्रत्येक बिन्दु पर सतत् हो।

(b) फलन f बन्द अन्तराल [a,b] में सतत् कहलाता है यदि :

(i) f खुले अन्तराल (a,b) में सतत् है और

(ii) f,'a' पर दायें सतत् है अर्थात् $\lim_{x \to b^+} f(x) = f(a) =$ निश्चित संख्या तथा

(iii) f,'b' पर बायें से सतत् है अर्थात् $\lim_{x \to b^-} f(x) = f(b)$ निश्चित संख्या

(c) सभी बहुपद, त्रिकोणीयमितीय फलन, चरघातांकी फलन एवं लघुगणकीय फलन अपने–अपने प्रान्तों में प्रत्येक बिन्दु पर सतत् है।

**उपरोक्त तथ्य के आधार पर फलन की सतत्ता का निम्नलिखित बिन्दुओं पर परीक्षण करना चाहिए–**

(i) फलन की सतत्ता उन बिन्दुओं पर जांचना चाहिए जहाँ पर फलन की परिभाषा परिवर्तित होती है।

(ii) $\{f(x)\}$ एवं $[f(x)]$ की सतत्ता इन सभी बिन्दुओं पर जांचना चाहिए जहाँ $f(x)$ पूर्णांक हो जाए।

(iii) $\text{sgn}(f(x))$ की सतत्ता उन बिन्दुओं पर जाँचना चाहिए जहाँ $f(x) = 0$ (यदि $f(x)$ नियमित प से 0 के बराबर है जबकि $x \to a$ तब then $x = a$ असतत्ता का बिन्दु नहीं है।

(iv) संयुक्त फलन $g(x)$ की स्थिति में सतत्ता का उन बिन्दुओं का परीक्षण करना चाहिए जिन पर $g(x)$ असतत् हो एवं उन बिन्दुओं पर जहाँ $g(x) = c$ हो, जहाँ $x = c$, $f(x)$ की असतत्ता का सम्भावित बिन्दु है।

---

**मध्यामान प्रमेय (Intermediate Value Theorem):**

फलन f जो [a,b] में सतत् है, निम्नलिखित गुणधर्म रखता है।

(i) यदि f(a) एवं f(b) विपरीत चिन्ह के हो तो खुले अन्तराल (a, b) में समीकरण $f(x) = 0$ का कम से कम एक हल विद्यमान होता है।

(ii) यदि f(a) एवं f(b) के मध्य कोई वास्तविक संख्या K है तब खुले अन्तराल (a, b) में समीकरण $f(x) = K$ का कम से कम एक हल विद्यमान होता है।

---

**फलन के किसी बिन्दु पर अवकलनीयता (Differentiability of a function at a point) :**

(i) बिन्दु $x = a$ पर फलन $f(x)$ का दायाँ अवकलज $f'(a^+)$ से प्रदर्शित किया जाता है जो निम्न प्रकार परिभाषित किया जाता है–

$\text{R.H.D.} = f'(a^+) = \lim_{h \to 0^+} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$ जबकि सीमा विद्यमान है।

**Download FREE Study Package from www.TekoClasses.com & Learn on Video www.MathsBySuhag.com Phone :0 903 903 7779, 98930 58881**

(ii) बिन्दु x = a पर फलन f(x) का बायाँ अवकलज $f'(a^-)$ से प्रदर्शित किया जाता है जो निम्न प्रकार परिभाषित किया जाता है–

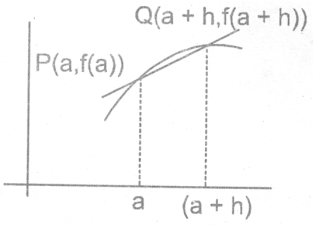
L.H.D. = $f'(a^-) = \underset{h\to 0^+}{\text{Limit}} \frac{f(a-h)-f(a)}{-h}$ जबकि सीमा विद्यमान है।

x = a पर एक फलन f(x) अवकनीय कहलाता है यदि $f'(a^+) = f'(a^-) =$

परिमित परिभाषा से $f'(a) = \underset{h\to 0}{\text{Limit}} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$

---

**स्पर्श रेखा की अवधारणा और इसका अवकनीयता से सम्बन्ध**
**(Concept of Tangent and its Association with Derivability):**



स्पर्श रेखा –स्पर्श रेखा को जीवा या छेदन रेखा की सीमान्त स्थिति से परिभाषित किया जाता है।




(a, f(a)) और (a + h (a+ h)) को मि ... $\frac{x+h)-f(a)}{h}$

(i) बिन्दु P से गुजरने वाली रेख ... ) विद्यमान हो

(ii) रेखा x = a यदि $\lim_{h\to 0}\left|\frac{f(a+}{}\right.$

यदि न तो स्थिति (i) और न ही स्थि ... ु P पर स्पर्श रेखा नहीं रखता स्थिति (i) में स्पर्श रेखा का समीकरण y - f'(a) = f'(a) (x - a) से दिया जाता है और स्थिति (ii) में x = a से

नोटः
(i) स्पर्श रेखा को वक्र पर स्थि अत्यन्त छोटे दो सन्निकट बिन्दुओं को मिलाने वाली रेखा से भी परिभाषित किया जाता है।
(ii) एक फलन बिन्दु x = a पर अवकलनीय कहलाता है यदि उस बिन्दु पर एक परिमित ढाल की स्पर्श रेखा विद्यमान हो।
(iii) $y = x^3$ की मूल बिन्दु पर स्पर्श रेखा x-अक्ष ही होती है।
(iv) y = IxI की बिन्दु x = 0 पर कोई स्पर्श रेखा नहीं होती है क्योंकि L.H.D. ≠ R.H.D.

---

**अवकलनीयता और सतत्ता के मध्य सम्बन्ध (Relation between Differentiability & Continuity):**

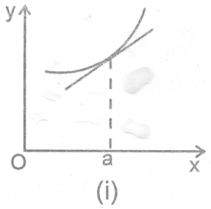
(i) यदि f'(a) विद्यमान है तो f(x), x = a पर सतत् है।
(ii) यदि f(x) अपने प्रान्त के सभी बिन्दुओं पर अवकनीय है, तो यह उस प्रान्त में सतत् भी होता है।

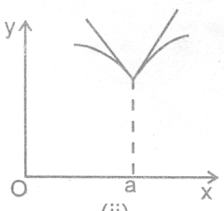
नोटः उपरोक्त परिणामों का विलोम सत्य नहीं है, अर्थात् " यदि x = a पर f(x) सतत् है तो x = a पर f(x) अवकनीय है, सत्य नहीं है।
उदाहरणः फलन f(x) = I x - 2 I, x = 2 पर सतत् है किन्तु x = 2 पर अवकनीय नहीं है।
यदि फलन f(x) इस प्रकार कि R.H.D. = $f(a^+) = \ell$ और L.H.D. = $f(a^-) = m$

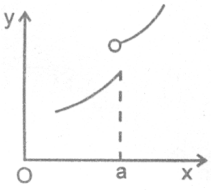
स्थिति –I
यदि $\ell = m =$ कोई परिमित मान, तो फलन f(x) अवकनीय के साथ–साथ सतत् भी है।

स्थिति –II
यदि $\ell \neq m =$ कितु दोनों किसी परिमित मान के बराबर है, तो f(x) अवकनीय नहीं होगा किन्तु सतत् होगा।

स्थिति –III
यदि $\ell$ या m में से कम से कम एक भी अनन्त है, तो फलन अवकनीय नहीं होता है किन्तु हम f(x) की सतत्ता के बारे में नहीं कह सकते है।







(i) सतत् और अवकनीय (ii) सतत् किन्तु अवकनीय नहीं है। (iii) न तो सतत् न नहीं अवकनीय

---

**फलनों के योग, गुणन और संयेजन की अवकलनीयता**

**(Differentiability of sum, product & composition of functions):**

(i) यदि f(x) और g(x), x = a पर अवकनीय है तो फलन $f(x) \pm g(x), f(x).g(x)$ भी x = a पर अवकनीय होंगे और यदि $g(a) \neq 0$ हो, तो फलन f(x)/g(x) भी x = a पर अवकनीय होगा।

(ii) यदि f(x),x = a पर अवकनीय नहीं है और g(x), x = a पर अवकनीय है तो गुणनफलन F9x) = f(x) g(x), x = a पर अभी भी अवकनीय हो सकता है।
उदाहरणतः f(x) = lxl और $g(x) = x^2$

(iii) यदि f(x) एवं g(x) दोनों x = a पर अवकलनीय नहीं है तो गुणफलन F(x) = f(x) g(x), x = a पर अभी भी अवकलनीय हो कसता है उदाहरणार्थ $f(x) = |x| \,\&\, g(x) = |x|$.

(iv) यदि f(x) एवं g(x) दोनों x = a पर अवकलनीय नहीं है तो योग फलन F(x) = f(x) + g(x) अवकलनीय फलन हो सकता है उदाहरण : $f(x) = |x| \,\&\, g(x) = -|x|$.

(v) यदि f, x = a पर अवकलनीय है, तो $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{f(a+g(h)) - f(a+p(h))}{g(h) - p(h)} = f'(a)$, जहाँ

$\lim\limits_{h\to 0} P(h) = \lim\limits_{h\to 0} g(h) = 0$

---

**अन्तराल में अवकलनीयता (Differentiability Over an Interval):**

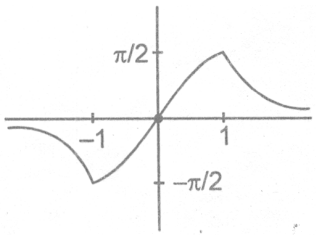
किसी विवृत अन्तराल में f(x) अवकलनीय कहलाता है यदि यह अन्तराल के प्रत्येक बिन्दु पर अवकलनीय हो और किसी संवृत अन्तराल [a, b] में f(x) अवकलनीय कहलाता है यदि :

(i) बिन्दुओं a और b के लिए $f'(a^+)$ और $f'(b^-)$ परिमित रूप से विद्यमान हो।

(ii) कोई बिन्दु c जो इस प्रकार है कि a<c<b, के लिऐ, $f'(c^+)$ एवे $f'(c^-)$ परिमित रूप से विद्यमान है तथा बराबर है।

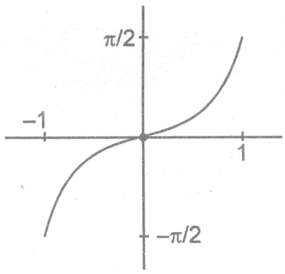
सभी बहुपदीय, घातांकी, लघुगणकीय और त्रिकोणमितीय (प्रतिलोम त्रिकोणमितिय शामिल नहीं) फलन अपने प्रान्त में अवकलनीय होते है।

$y = \sin^{-1} \dfrac{2x}{1+x^2}$ का आलेख




x = 1 और x = -1 पर अवकलनीय नहीं है।

$y = \sin^{-1} x$ का आलेख




x = 1 एवं x = - 1 पर अवकलनीय नहीं है।

नोट : निम्नलिखित बिन्दुओं पर सतत्ता की जांच करनी चाहिए–

(i) उन सभी बिन्दुओं पर जहाँ पर सतत्ा की जाँच आवश्यक है।

(ii) मापांक के क्रांतिक बिन्दुओं एवं प्रतिलोम वृत्तीय फलन पर ।

---

**महत्तवपूर्ण सूत्र (Important Formula):**

सीमा ज्ञात करने के लिये सूत्र $\lim\limits_{n\to b}\dfrac{f(a+p(h))-f(a+q(h))}{p(h)-q(h)}=f'(a)$

यदि $\lim\limits_{n\to b}p(h)=\lim\limits_{n\to b}q(h)$ तथा $x=a$ पर $f(x)$, अवकलनीय है।

# Exercise - 1

## 1-A (बहुविकल्पीय प्रश्न)

**केवल एक विकल्प सही**

1. फलन $f(x)$ इस प्रकार परिभाषित है कि $f(x)=\dfrac{\cos(\sin x)-\cos x}{x^2}, x\neq 0$ एवं $f(0)=a$ हो तो $x=0$ सतत् होगा यदि $a=$

(A) 0 (B) 4 (C) 5 (D) 6

2. अन्तराल $[-1,1]$ में फलन $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{(1+px)}-\sqrt{(1-px)}}{x}, & -1\le x<0\\ \dfrac{2x+1}{x-2}, & 0\le x\le 1\end{cases}$ सतत् हो तो 'p' का मान है–

(A) -1 (B) -1/2 (C) 1/2 (D) 1

2. फलन $f(x)=\left|\left(x+\dfrac{1}{2}\right)[x]\right|$ जबकि $-2\le x\le 2$ हो तो – ( जहाँ [.] महत्तम पूर्णांक फलन को प्रदर्शित करता है।)

(A) $x=2$ प $f(x)$ सतत् है। (B) $x=1$ पर $cf(x)$ सतत् है।

(B) $x=-1$ पर $f(x)$ सतत् है। (D) $x=0$ पर $f(x)$ असतत् है।

4. यदि $f(x)=\begin{cases}\tan^{-1}(\tan x) & x\le\dfrac{\pi}{4}\\ \pi[x]+1 & x>\dfrac{\pi}{4}\end{cases}$ हो, तो असतत्ता का उछाल (jump) है–

(A) $\dfrac{\pi}{4}-1$ (B) $\dfrac{\pi}{4}+1$ (C) $1-\dfrac{\pi}{4}$ (D) $-1-\dfrac{\pi}{4}$

5. यदि $f(x)=\text{Sgn}(x)$ एवं $g(x)=x(x^2-5x+6)$ हो तो फलन $f(g(x))$ कहाँ पर असतत् है–
(A) अपरिमित मानों पर (B) ठीक एक बिन्दु पर (C) ठीक तीन बिन्दुओं पर (D) किसी बिन्दु पर नहीं

6. यदि $y=\dfrac{1}{t^2+t-2}$ जहाँ $t=\dfrac{1}{x-1}$ हो तो $y=f(x)$, $x\in R$ की असतत्ता के बिन्दुओं की संख्या है–

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) अनन्त

7. समीकरण $2\tan x+5x-2=0$ के लिए–
(A) अन्तराल $[0,\pi/4]$ में कोई हल नहीं है (B) अन्तराल $[0,\pi/4]$ में कम से कम एक वास्तविक हल है।

(C) अन्तराल $[0,\pi/4]$ में दो वास्तविक हल है। (D) इनमें से कोई नहीं

8. यदि $f(x)=x\left(\sqrt{x}-\sqrt{x+1}\right)$ हो, तो निम्न कथनों में से सत्य कथन है–

(A) $x = 0$ पर $f(x)$ सतत् है किन्तु अवकलनीय नहीं है

(B) $x = 0$ पर $f(x)$ अवकलनीय है।

(C) $x = 0$ पर $f(x)$ अवकनीय है।

(D) इनमें से कोई नहीं

9. यदि $f(x) = \begin{cases} \frac{x(3e^{1/4}+4)}{2-e^{1/4}}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ हो तो $f(x)$ हे–

(A) $x = 0$ पर सतत् अवकलनीय

(B) $x = 0$ पर सतत् किन्तु अवकलनीय नहीं

(C) $x = 0$ पर न तो अवकलनीय न ही सतत्

(D) इनमें से कोई नहीं

10. यदि $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x+1}-\sqrt{x}}$ एक वास्तविक मान फलन है, तो

(A) $f(x)$ सतत् है किन्तु $f'(0)$ विद्यमान नहीं है।

(B) $x = 0$ पर $f(x)$ अवकलनीय है।

(C) $x = 0$ पर $f(x)$ सतत् नहीं है

(D) $x = 0$ पर $f(x)$ अवकनीय नहीं है।

11. फलन $f(x) = \sin^{-1}(\cos x)$ है–

(A) $x = 0$ पर असतत् ।

(B) $x = 0$ पर सतत् ।

(C) $x = 0$ पर अवकनीय ।

(D) इनमें से कोई नहीं।

12. यदि $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x^2+1}, & 0 < x \leq 2 \\ \frac{1}{4}(x^3 - x^2), & 2 < x \leq 3 \\ \frac{9}{4}(|x-4|+|2-x|), & 3 < x < 4 \end{cases}$ हो तो–

(A) $x = 2$ और $x = 3$ पर $f(x)$ अवकलनीय है।
(B) $x = 2$ और $x = 3$ पर $f(x)$ अवकलनीय नहीं है।
(C) $x = 3$ पर $f(x)$ अवकनीय है किन्तु $x = 2$ पर नहीं।
(D) $x = 2$ पर $f(x)$ अवकनीय है किन्तु $x = 3$ पर नहीं।

13. यदि $f(x) = \begin{cases} x + \{x\} + x\sin\{x\} & ; x \neq 0 \\ 0 & ; x = 0 \end{cases}$ जहाँ $\{x\}$ भिन्नात्मक भाग फलन है, तो–

(A) $x = 0$ पर $f$ सतत् और अवकलनीय है।

(B) $x = 0$ पर $f$ सतत् है किन्तु अवकलनीय नहीं है।

(C) $x = 2$ पर $f$ सतत् और अवकलनीय है।

(D) इनमें से कोई नहीं।

14. मानाकि अन्तराल [-2, 2] में f(x) इस प्रकार परिभाषित है कि $f(x)=\begin{cases}\max\left(\sqrt{4-x^2},\sqrt{1+x^2}\right), -2\le x\le 0\\ \min\left(\sqrt{4-x^2},\sqrt{1+x^2}\right), 0<x\le 2\end{cases}$ हो तो f(x) :

(A) सभी बिन्दुओं पर सतत् है।

(B) एक से अधिक बिन्दुओं पर सतत् नहीं है।

(C) केवल एक बिन्दु पर अवकलनीय नहीं है।

(D) एक से अधिक बिन्दुओं पर अवकलनीय नहीं है।

15 फलन f(x) = max. {a-x, a+x, b}, $-\infty < x < \infty, 0 < a < b$ कुल कितने बिन्दुओं पर अवकनीय नहीं हो सकता है ?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) इनमें से कोई नहीं

16. उन सभी बिन्दुओं का समुच्चय जहाँ $f(x)=\frac{x}{1+|x|}$ अवकलनीय है–

(A) $(-\infty,\infty)$ (B) $[0,\infty)$ (C) $(-\infty,0)\cup(0,\infty)$ (D) $(0,\infty)$

17. यदि f(x) सभी बिन्दुओं पर अवकलनीय हो, तो

(A) $|f|$ सभी बिन्दुओं पर अवकलनीय है। (B) $|f|^2$ सभी बिन्दुओं पर अवकलनीय है।

(C) $f|f|$ कुछ बिन्दुओं पर अवकलनीय नहीं है। (D) $f+|f|$ सभी बिन्दुओं पर अवकलनीय है

18. मानाकि सभी x और y के लिए f(x + y) = f(x) f(y) है और f(3) = 3 और f'(0) = 11 हो, तो f'(3) =

(A) 22 (B) 44 (C) 28 (D) 33

19. यदि $f:R\to R$ एक अवकलनीय फलन इस प्रकार है कि $f(x+2y)=f(x)+f(2y)+4xy\ \forall\ x,y\in R$ हो तो–

(A) f'(1) = f'(0) + 1 (B) f'(1) = f'(0)-1 (C) f'(0) = f'(1) + 2 (D) f'(0) = f'(1) - 2

20. मानाकि $f(x) = x - x^2$ और $g(x)=\begin{cases}\max f(t), 0\le t\le x, 0\le x\le 1\\ \sin\pi x\ , x>1\end{cases}$ हो, तो अन्तराल $[0,\infty)$ में

(A) g(x) दो बिन्दुओं के अतिरिक्त सभी बिन्दुओं पर सतत् है।
(B) g(x) दो बिन्दुों के अतिरिक्त सभी बिन्दुओं पर अवकलनीय है।
(C) g(x) x = 1 के अतिरिक्त सभी बिन्दुओं पर अवकनीय है।
(D) इनमें से कोई नहीं

---

**एक से अधिक विकल्प सही**

21. निम्नलिखित फलनों में से x = 0 पर परिभाषित नहीं होने वाले वे फलन, जो मूल बिन्दु पर अविस्थापनीय असततता रखते है, होंगे–

(A) $f(x)=\frac{1}{1+2^{\frac{1}{x}}}$ (B) $f(x)=\tan^{-1}\frac{1}{x}$ (C) $f(x)=\frac{e^{\frac{1}{x}}-1}{e^{\frac{1}{x}}+1}$ (D) $f(x)=\frac{1}{\ell n|x|}$

22. निम्नलिखित परिभाषित फलनों में से कौन–कौन से एकल बिन्दु पर सतत् है–

(A) $f(x)=\begin{cases}1 \text{ यदि } x\in Q\\ 0 \text{ यदि } x\notin Q\end{cases}$ (B) $g(x)=\begin{cases}x \quad \text{यदि } x\in Q\\ 1-x \text{ यदि } x\in Q\end{cases}$

(C) $h(x)=\begin{cases}x \text{ यदि } x\in Q\\ 0 \text{ यदि } x\notin Q\end{cases}$ (D) $k(x)=\begin{cases}x \quad \text{यदि } x\in Q\\ -x \text{ यदि } x\notin Q\end{cases}$

23. फलन $f(x)=\begin{cases}|x-3| & ,x\ge 1\\ \left(\frac{x^2}{4}\right)-\left(\frac{3x}{2}\right)+\left(\frac{13}{4}\right), & x<1\end{cases}$

(A) x = 1 पर सतत् (B) x = 1 पर अवकलनीय
(B) x = 3 पर सतत् (D) x = 3 पर अवकलनीय

24. वे बिन्दु जिन पर फलन $f(x)=|x-0.5|+|x-1|+\tan x$ का अनतराल (0, 2) में एक भी अवकलज विद्यमान नहीं है, है–
(A) 1 (B) $\pi/2$ (C) 3 (D) 1/2

25. $f(x)=(\sin^{-1}x)^2.\cos(1/x)$ यदि $x\neq 0; f(0)=0$ हो तो f(x) है–

(A) $-1\le x\le 1$ में कही भी सतत् नहीं (B) $-1\le x\le 1$ में सभी जगह सतत्

(C) $-1\le x\le 1$ में कही भी अवकलनीय नहीं (D) -1 < x < 1 में सभी जगह अकलनीय

## 1-B (विषयात्मक प्रश्न)

1. a,b एवं c के मान ज्ञात कीजिए जिनके लिये फलन $f(x)=\begin{cases}\frac{\sin(a+1)x+\sin x}{x} & \text{यदि } x<0\\ c & \text{यदि } x=0\\ \frac{(x+bs^2)^{1/2}-x^{1/2}}{bx^{3/2}} & \text{यदि } x>0\end{cases}$ x = 0 पर सतत् हो।

2. a एवं b के मान ज्ञात कीजिए जिनके फलन $f(x)=\begin{cases}\frac{1-\sin^3 x}{3\cos^2 x} & ,x<\pi/2\\ a & ,x=\pi/2\\ \frac{b(1-\sin x)}{(\pi-2x)^2} & ,x>\pi/2\end{cases}$ $x=\frac{\pi}{2}$ पर सतत् हो।

3. यदि f(x) = {x} एवं g(x) = [x] (जहाँ { } एवं [ ] क्रमशः) भिन्नात्मक भाग फलन एवं महत्तम पूर्णांक फलन को प्रदर्शित करते हो तो निम्नलिखित की सतत्ता की विवेचना कीजिए।

(i) h(x) = f(x). g(x), x = 1 एवं 2 (ii) h(x) = f(x) + (x), x = 1 पर
(iii) h(x) = f(x) - g(x). x = 1 पर (iv) $h(x)=g(x)+\sqrt{f(x)}, x=1$ एवं 2

4. यदि $f(x)=x^3-3x^2-4x+12$ एवं $h(x)=\begin{cases}\frac{f(x)}{x-3} & ,x\neq 3\\ K & ,x=3\end{cases}$ हो, तो

(a) f के सभी हल ज्ञात कीजिए।

(b) $x = 3$ पर h सतत् बनने के लिए k का मान ज्ञात कीजिए।
(c) (b) में प्राप्त K के मान का उपयोग कर ज्ञात कीजिए कि क्या h एक सम फलन है।

5. $x = 0$ पर निम्नलिखित फलनों की असततता का प्रकार बताइए–

(i) $f(x) = \frac{1}{1+2^{\cot x}}$ (ii) $f(x) = \cos\left(\frac{|\sin x|}{x}\right)$ (iii) $f(x) = x \sin\frac{\pi}{x}$ (iv) $f(x) = \frac{1}{\ell n|x|}$

6. वह बिन्दु ज्ञात कीजिए जहाँ पर निम्नलिखित व्यंजक वाले फलन सतत् हो :

(i) $f(x) = \frac{3x+7}{x^2-5x+6}$ (ii) $f(x) = \frac{1}{|x|-1} - \frac{x^2 2}{}$

(iii) $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+1}}{1+\sin^2 x}$ (iv) $f(x) = \tan\left(\frac{\pi x}{2}\right)$

7. यदि $f(x) = x + \{-x\} + [x]$, जहाँ [x] महत्तम पूर्णांक फलन एवं {x}, x का भिन्नात्मक भाग फलन है। अन्तराल [-2, 2] में f की सतत्ता की विवेचना कीजिए। प्रत्येक असतत्ता की प्रकृति भी ज्ञात कीजिए।

8. यदि $f(x) = \frac{x^2+1}{x^2-1}$ एवं $g(x) = \tan x$, हो तो fog(x) की सतत्ता को बताइए।

9. यदि $f(x) = \begin{cases} 1+x & ,0 \le x \le 2 \\ 3-x & , 2 < x \le 3 \end{cases}$ हो, तो $g(x) = f[f(x)]$ ज्ञात कीजिए एवं g की असतत्ता का कोई बिन्दु हो तो उसे ज्ञात कीजिए।

10. फलन $f(x) = \begin{cases} x & ; x < 1 \\ 2-x & ; 1 \le x \le 2 \\ -2+3x-x^2 & ; x > 2 \end{cases}$ की बिन्दु $x = 1$ और $x = 2$ पर सतत्ता और अवकनीयता की जांच कीजिए।

11. $f(x) = \sqrt{1-e^{-x^2}}$ की $x = 0$ अवकलनीयता की जाँच कीजिए।

12. यदि $f(x) = \begin{cases} ax^2 - b & \text{यदि } |x| < 1 \\ -\frac{1}{|x|} & \text{यदि } |x| > 1 \end{cases}$ $x = 1$ पर अवकलनीय है, तो a और b के मान ज्ञात कीजिए।

13. एक फलन इस प्रकार परिभाषित है कि $f(x) = \begin{cases} 1 & ; -\infty < x < 0 \\ 1+\sin x & ; 0 \le x < \frac{\pi}{2} \\ 2+\left(x-\frac{\pi}{2}\right)^2 & ; \frac{\pi}{2} \le x < +\infty \end{cases}$

$x = 0$ और $x = \pi/2$ पर फलन की सतत्ता और अवकलनीयता की जांच कीजिए।

14. प्रदर्शित कीजिए कि फलन $f(x) = \begin{cases} x^m \sin\left(\frac{1}{x}\right) & ; x > 0 \\ 0 & ; x = 0 \end{cases}$

(i) $x = 0$ पर अवकलनीय है यदि $m > 1$ हो।
(ii) $x = 0$ पर सतत् किन्तु अवकलनीय नहीं है यदि $0 < m < 1$ हो।
(iii) न तो सतत् न ही अवकलनीय हैं यदि $m \le 0$ हो।

15. फलन $y = [x] + |1 - x| - 1 \le x \le 3$ का आरेख बनाकर उन बिन्दुओं को ज्ञात कीजिये (यदि कोई हो) जहाँ यह फलन अवकलनीय नहीं है, जहाँ [.] महत्तम पूर्णांक फलन को प्रदर्शित करता है।

16. $f(x) = \begin{cases} \left|x - \frac{1}{2}\right| & ; 0 \le x < 1 \\ x[x] & ; 1 \le x \le 2 \end{cases}$ की सतत्ता एवं अवकलनीयता की विवेचना कीजिए जहाँ [.] महत्तम पूर्णांक फलन को प्रदर्शित करता है।

17. यदि $f'(2) = 4$ हो, तो $\lim\limits_{x \to 0} \frac{f(1 + \cos x) - f(2)}{\tan^2 x}$ का मान ज्ञात कीजिए।

18. प्रत्येक $x, y \in R$ के लिए एक फलन $f : R \to R$ में $f(x + y) = f(x)\, f(y)$ के द्वारा दिया जाता है और प्रत्येक $x \in R$ के लिए $f(x) \ne 0$ है। यदि फलन $f(x)$ बिन्दु $x = 0$ पर अवकलनीय है, तो प्रदर्शित कीजिए कि प्रत्येक $x \in R$ के लिये $f'(x) = f'(0)\, f(x)$ तथा $f(x)$ भी ज्ञात कीजिए।

# Exercise - 2

## 2-A (बहुविकल्पीय प्रश्न)

**केवल एक विकल्प सही**

1. यदि $[x], x \in R$ के महत्तम पूर्णांक मान को प्रदर्शित करता है एवं $g(x) = x - [x]$ है। यदि $f(x)$ कोई सतत् फलन है जिसके लिए $f(0) = f(1)$ हो तो फलन $h(x) = f(g(x))$:

(A) कई बिन्दुओं पर असतत् है। (B) $x \in R$ पर सतत् है।

(C) किसी बिन्दु $x = c$ पर असतत् है। (D) एक अचर फलन है।

2. $f(x) = \begin{cases} \log_{(4x-3)}\left(x^2 - 2x5\right) & \text{यदि } \frac{3}{4} < x < 1 \text{ एवं } x > 1 \\ 4 & \text{यदि } x = 1 \end{cases}$ द्वारा परिभाषित फलन $f(x)$

(A) $x = 1$ पर सतत् है।
(B) $x = 1$ पर असतत् है क्योंकि $f(1^+)$ विद्यमान नहीं है जबकि $f(1^-)$ विद्यमान है।
(C) $x = 1$ पर असतत् है क्योंकि $f(1^-)$ विद्यमान नहीं है जबकि $f(1^+)$ विद्यमान है।
(D) असतत् है क्योंकि न तो $f(1^-)$ न ही $f(1^+)$ विद्यमान है।

3. यदि $f(x) = \frac{1 - \sin x}{(\pi - 2x)^2} \cdot \frac{\ell n(\sin x)}{\ell n(1 + \pi^2 - 4\pi x + 4x^2)}$ जबकि $x \ne \frac{\pi}{2}$ हो तो $x = \frac{\pi}{2}$ पर फलन के सतत् होने पर $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ का मान है।

(A) 1/16 (B) 1/32 (C) -1/64 (D) 1/128

4. यदि $f(x)=\begin{cases}x^2 & \text{जब} x \text{ अपरिमेय है}\\ 1 & \text{जब } x \text{ परिमेय है}\end{cases}$ हो, तो

(A) x के सभी मानों पर f(x) असतत् है।
(B) $x=0$ को छोड़कर x के सभी मानों पर असतत् हे।
(C) $x=1$ या -1 को छोड़कर x के सभी मानों पर असतत् हे।
(D) इनमें से कोई नहीं

5. यदि $f(x)=[\sin[x]];x\in(0,2\pi)$ हो तो अन्तराल में वह बिन्दु (x, y) जहाँ f(x) सतत् नहीं है–
([.] x से छोटा या बराबर महत्तम पूर्णांक को प्रदर्शित करता है।)

(A) (3, 0) (B) (2, 0) (C) (1, 0) (D) (4, -1)

6. $f(x)=\lim\limits_{t\to\infty}\dfrac{(1+\sin\pi x)^t-1}{(1+\sin\pi x)^t+1}$ द्वारा परिभाषित फलन f है

(A) सभी जगह सतत् (B) x के सभी पूर्णांक मानों पर असतत्

(C) $x=0$ पर सतत् (D) इनमें से कोई नहीं

7. यदि $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x}\left(1+x\sin\dfrac{1}{x}\right) & ,x>0\\ -\sqrt{x}\left(1+x\sin\dfrac{1}{x}\right) & ,x<0\\ 0 & ,x=0\end{cases}$ हो, तो f(x) है–

(A) $x=0$ पर सतत् एवं अवकनीय
(B) $x=0$ पर सतत् है किन्तु अवकलनीय नहीं
(C) $x=0$ पर तो सतत् न ही अवकलनीय
(D) इनमें से कोई नहीं

8. फलन $f(x)=\max\{x^2,(x-1)^2\,2x(1-x)\},\ 0\le x\le 1$

(A) सभी x के लिए अवकलनीय है।
(B) एक बिन्दु को छोड़कर x के सभी बिन्दुओं पर अवकलनीय हे।
(C) दो बिन्दुओं को छोड़कर x के सभी बिन्दुओं पर अवकलनीय है।
(D) दो बिन्दुओं से अधिक बिन्दुओं पर अवकलनीय नहीं है।

9. $f(x)=\sin^{-1}\left(\dfrac{1+x^2}{2x}\right)$ है–

(A) $x=1$ पर सतत् किन्तु अवकलनीय नहीं
(B) $x=1$ पर अवकलनीय

(C) $x=1$ पर न तो सतत् न ही अवकलनीय
(D) सभी बिन्दुओं पर सतत्

10. वास्तविक संख्याओं (a,b,c) जहाँ $a\neq 0$ के किन त्रियुग्मों के लिए फलन
$f(x)\begin{cases}x & ,\quad x\le 1\\ ax^2+bx+c & ,\quad \text{अन्यथा}\end{cases}$ प्रत्येक वास्तविक संख्या x के लिए अवकलनीय है ?

(A) $\{(a,1-2a,a)\,|\,a\in R,a\neq 0\}$
(B) $\{(a,1-2a,c)\,|\,a,c\in R,a\neq 0\}$
(C) $\{(a,b,c)\,|\,a,b,c\in R,a+b+c=1\}$
(D) $\{(a,1-2a,0)\,|\,a\in R,a\neq 0\}$

11. यदि $x = 1$ $f(x) = \begin{cases} x^2 e^{2(x-1)} & , 0 \le x \le 1 \\ a\,\text{sgn}(x+1)\cos(2x-2) + bx^2 & , 1 < x \le 2 \end{cases}$ अवकलनीय हो, तो–

(A) a = -1, b = 2 (B) a = 1, b = -2 (C) a = -3, b = 4 (D) a = 3, b = -4

12. यदि [x] महत्तम पूर्णांक को दर्शाता है x से छोटा या बराबर है, और अन्तराल (-1, 1) में $g(x) = [x]\,[\sin \pi x]$ है, तो f(x) है–

(A) x = 0 पर सतत् (B) (-1, 0) में सतत्

(C) (-1, 1) में अवकलनीय (D) इनमें से कोई नहीं

13. माना कि $f(x) = x^3 - x^2 + x + 1$ एवं $g(x) = \begin{cases} \max\{0 \le t \le x \text{ के लिए } f(t)\} & 0 \le x \le 1 \\ 3 - x + x^2 & 1 < x \le 2 \end{cases}$ है तो

(A) x = 1 पर g(x) सतत् एवं अवकलनीय है।
(B) x = 1 पर g(x) सतत् है किन्तु अवकलनीय नहीं है।
(C) x = 1 पर g(x) न तो सतत् है न ही अवकलनीय है।
(D) x = 1 पर g(x) अवकलनीय है किन्तु सतत् नहीं है।

14 मानाकि x = 0 f'(x) सतत् है और f''(0) = 4 हो, तो $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2f(x) - 3f(2x) + f(4x)}{x^2}$ का मान है–

(A) 11 (B) 2 (C) 12 (D) इनमें से कोई नहीं

15. माना $f : R \to R$ एक फलन इस प्रकार है कि $f\left(\dfrac{x+y}{3}\right) = \dfrac{f(x) + f(y)}{3}$, f(0) = 3 और f'(0) = 3 हो, तो

(A) $\dfrac{f(x)}{x}$, R में अवकलनीय हे। (B) f(x), R में सतत् है किन्तु अवकलनीय नहीं है।

(C) f(x), R में संतत् है। (D) f(x), R में परिबद्ध है।

16. मानाकि f एक अवकलनीय फलन है जो गुणधर्म f(x + y ) = f(x) + f(y) + xy का पालन करता है और $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{1}{h} f(h) = 3$ हो तो–

(A) f एक रैखिक फलन है। (B) $f(x) = 3x + x^2$

(C) $f(x) = 3x + \dfrac{x^2}{2}$ (D) इनमें से कोई नहीं

17. यदि एक अवकलनीय फलन g,x,y के सभी वास्तविक मानों के लिऐ $f\left(\dfrac{x+y}{3}\right) = \dfrac{4 - 2(f(x) + f(y))}{3}$ को सन्तुष्ट करता हो, तो f(x) =

(A) $\dfrac{1}{7}$ (B) $\dfrac{2}{7}$ (C) $\dfrac{8}{7}$ (D) $\dfrac{4}{7}$

18. माना $f(x) = [n + p\sin x], x \in (0, \pi), n \in Z, p$ एक अभाज्य संख्या है और [x] महत्तम पूर्णांक है जो x से छोटा या बराबर है। वे कुल कितने बिन्दु है जिनि पर f(x) अवकलनीय नहीं हे ?

(A) p (B) p-1 (C) 2p + 1 (D) 2p -1

**एक से अधिक विकल्प सही**

19. यदि $f(x)=\frac{1}{2}x-1$ हो, तो अन्तराल $[0,\pi]$ पर

(A) tan (f(x)) एवं $\frac{1}{f(x)}$ दोनों सतत् है। (B) tan (f(x)) एवं $\frac{1}{f(x)}$ दोनों असतत् हे।

(C) tan (f(x)) एवं $f^{-1}(x)$ दोनों सतत् हे। (D) tan (f(x)) सतत् है परन्तु $\frac{1}{f(x)}$ नहीं।

20. यदि f(x) एवं g(x) इस प्रकार परिभाषित है कि f(x) = [x] एवं g(x) $\begin{cases}0 & ,x\in I\\ x^2 & ,x\in R-I\end{cases}$ हो, तो–

( जहाँ [.] महत्तम पूर्णांक फलन को प्रदर्शित करता है)

(A) $\lim_{x\to 1} g(x)$ विद्यमान है परन्तु x = 1 पर g सतत् नहीं है।

(B) $\lim_{x\to 1} f(x)$ विद्यमान नहीं है परन्तु x = 1 पर f सतत् नहीं है।

(C) x के सभी मानों के लिए gof सतत् है।

(D) x के सभी मानों के लिए fog सतत् है।

21. $f(x)=\begin{bmatrix}3-\left[\cot^{-1}\left(\frac{2x^3-3}{x^2}\right)\right] & ,x>0\\ \{x^2\}\cos(e^{1/x}) & ,x<0\end{bmatrix}$ जहाँ { } एवं [ ] क्रमशः भिन्नात्मक भाग एवं महत्तम पूर्णांक फलन को प्रदर्शित करते है, तो निम्नलिखित में से कौन सा कथन सही नहीं है–

(A) $f(0^{-0})=0$ (B) $f(0^{+})=3$

(C) $f(0)=\Rightarrow x=0$ पर f सतत् है (D) x = 1 पर असतत् है

22. यदि $f(x)=[x]+\sqrt{x-[x]}$, हो तो–

(A) $R^+$ पर f(x) सतत् है (B) R पर f(x) सतत् है

(C) $R-I$ पर f(x) सतत् है। (D) x = 1 पर असतत् है।

23. माना कि $f:R\to R$ कोई फलन है और $g(x)=\frac{1}{f(x)}$ तो g है–

(A) आच्छादक यदि f आच्छादक है। (B) एकैकी, यदि f एकैकी है

(C) सतत् यदि f सतत् है। (D) अवकनीय, यदि f अवकलनीय है।

24. यदि $f(x)=\sum_{k=0}^{n} a_k|x|^k$, जहाँ सभी $a_i$ वास्तविक नियतांक है, तो f(x) है

(A) सभी $a_i$ के लिए x = 0 पर सतत् (B) सभी $a_i\in R$ के लिए f(x) अवकलनीय है।

(C) सभी $a_{2k+1}=0$ के लिए x = 0 पर अवकलनीय (D) इनमें से कोई नहीं

**Download FREE Study Package from www.TekoClasses.com & Learn on Video www.MathsBySuhag.com Phone :0 903 903 7779, 98930 58881**

1. फलन $f(x) = \begin{cases} \left(\frac{6}{5}\right)^{\frac{\tan 6x}{\tan 5x}} & \text{यदि } 0 < x < \frac{\pi}{2} \\ b + 2 & \text{यदि } x = \frac{\pi}{2} \\ (1+|x|)^{\left(\frac{a|\tan x|}{b}\right)} & \text{यदि } \frac{\pi}{2} < x < \pi \end{cases}$ यदि $x = \pi/2$ पर f सतत् हो, तो a एवं b के मान ज्ञात कीजिए।

2. अन्तराल [0, 2] में f की सतत्ता की विवेचना की कीजिए जहाँ $f(x) = \begin{cases} |4x-5|[x] & ,x < 1 \\ [\cos \pi x] & ,x \le 1 \end{cases}$ (एवं [x] महत्तम पूर्णांक है जो x से बड़ा नहीं है) ग्राफ भी बनाइए।

3. यदि $f(x) = \begin{cases} 2x^2+12x+16 & -4 \le x \le -2 \\ 2-|x| & -2 \le x \le 1 \\ 4x-x^2-2 & 1 < x \le 3 \end{cases}$ हो, तो निम्न फलनों की सततता की विवेचना कीजिए।

(i) $|f(x)|$ (ii) $f(|x|)$

4. अगर f(x) अन्तराल [a, b] में एक सतत् है इस प्रकार है कि f(a) = b और f(b) = a हो, तो प्रदर्शित कीजिए कि कम से कम एक $c \in (a, b)$ इस प्रकार है कि f(c) = c.

5. यदि $f(x.y) = f(x).f(y) \forall x\, y$ एवं f(x), x = 1 पर सतत् है। सिद्ध कीजिए कि g(x), x के सभी मानों के लिये सतत् है जबकि x = 0 पर गणना नहीं की गई है, दिया है $f(1) \neq 0$

6. दिये गये अनन्त श्रेणी के योग फलन की x = 0 पर सतत्ता की जांच कीजिए।

$$\frac{x}{x+1} + \frac{x}{(x+1)(2x+1)} + \frac{x}{(2x+1)(3x+1)} + \ldots\ldots\ldots\infty$$

7. माना $f(x) = \frac{\sin 3x + A\sin 2x + B\sin x}{x^5}$ जबकि $x \neq 0$ यदि x = 0 पर f सतत् हो, तो A एवं B के मान ज्ञात कीजिए। F(0) भी ज्ञात कीजिए ।

8. यदि $f(x) = \underset{n\to\infty}{\text{Limit}} \frac{\log(x+2) - x^{2n}\sin x}{x^{2n}+1}$ $(n \in N)$ हो, तो x = 1 पर फलन की सतत्ता की जांच कीजिए।

9. फलन $f(x) = |\sin x| + \sin|x|, x \in R$ की सतत्ता और अवकलनीयता की जांच कीजिए। f(x) के आरेख का कच्चा चित्र बनाइये और फलन f(x) की आवर्तितता पर टिप्पणी कीजिए।

10. $f(x) = \begin{cases} 1-x & ,(0 \le x \le 1) \\ x+2 & ,(1 < x < 2) \\ 4-x & ,(2 \le x \le 4) \end{cases}$ हो, तो $0 \le x \le 4$ के लिए y = f[f(x)] की सतत्ता और अवकलनीयता की विवेचना कीजिए।

11. यदि $f(x)=\begin{cases}2x^2\sin\pi x & ,x\le 1\\ x^3+ax^2+b & ,x>1\end{cases}$ एक अवकलनीय फलन है, तो जाँच कीजिए कि क्या R में दो बार अवकलनीय है या नहीं?

12. एक फलन f को y =f(x) से परिभाषित किया जाता है, जहाँ $x=2t-|t|, y=t^2+t|t|, t\in R$ हो तो अन्तराल $-1\le x\le 1$ के लिऐ f का आलेख बनाइये और $x=0$ पर सतत्ता और अवकलनीयता की विवेचना कीजिए।

13. यदि R वास्तविक संख्याओं का समुच्चय हो और F में सभी x और y के लिए $f:R\to R$ इस प्रकार है कि $|f(x)-f(y)|\le|x-y|^3$ सिद्ध कीजिए कि f(x) अचर है।

14. फलन $f(x)=x\sin\frac{1}{x}\sin\frac{1}{x\sin\frac{1}{x}}$ जहाँ $x\ne 0, x\ne\frac{1}{r\pi}$ और $f(0)=f(1/r\pi)=0, r=1,2,3.....$ की $0\le x\le 1$ पर सतत्ता और $x=0$ पर अवकलनीयता की विवेचना कीजिए।

15. यदि $f:[0,1]\to[0,1]$ एक सतत् फलन हो तो सिद्ध कीजिए कि कम से कम एक $x\in[0,1]$ के लिए f(x) = x होगा।

16. माना $f(x)=\begin{cases}\frac{\sin[x^2]\pi}{x^2-3x+8}+ax^3+b & ,0\le x\le 1\\ 2\cos\pi x+\tan^{-1}x & ,1<x\le 2\end{cases}$ [0, 2] में अवकलनीय है, a और b के मान ज्ञात कीजिए, जहाँ [x] महत्तम पूर्णांक फलन को दर्शाता है।

# Exercise -3

## 3-A (स्तम्भ मिलान)

1. माना [.] महत्तम पूर्णांक फलन को प्रदर्शित करता है।

| स्तम्भ– I | | स्तम्भ– II | |
|---|---|---|---|
| (A) | यदि P(x) = [2 cos x], $x\in[-\pi,\pi]$ हो, तो P(x) | (p) | ठीक 7 बिन्दुओं पर असतत् है। |
| (B) | यदि Q9x) = [2 sin x], $x\in[-\pi,\pi]$ हो तो Q(x) | (q) | ठीक 4 बिन्दुओं पर असतत् है। |
| (C) | यदि R(x) = [2 tan x/2], $x\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$ हो तो R(x) | (r) | अविस्थापनीय (non-removable) |
| (D) | यदि $S(x)=\left[3\operatorname{cosec}\frac{x}{3}\right], x\in\left[\frac{\pi}{2},2\pi\right]$ हो तो S(x) | (s) | अनन्त मानों पर सतत् है। |

2.

| स्तम्भ– I | | स्तम्भ– II | |
|---|---|---|---|
| (A) | $f(x)=\lvert x^3\rvert$ है | (p) | (-1, 1) में सतत् |
| (B) | $f(x)=\sqrt{\lvert x\rvert}$ है– | (q) | (-1, 1) में अवकलनीय |
| (C) | $f(x)=\lvert\sin^{-1}x\rvert$ है– | (r) | (0, 1) अवकलनीय |
| (D) | $f(x)=\lvert\text{soc}^{-1}x\rvert$ है– | (s) | (-1, 1) में कम से कम एक बिन्दु पर अवकलनीय नहीं है। |

**Download FREE Study Package from www.TekoClasses.com & Learn on Video**
**www.MathsBySuhag.com Phone :0 903 903 7779, 98930 58881**

## 3-B (कथन / कारण)

3. कथन –1: $F(x) = |x| \cos x$, $x = 0$ पर अवकलनीय नहीं है।
कथन–2: प्रत्येक निपरेक्ष मान फलन अवकलनीय नहीं है।

(A) कथन–1 सत्य है, कथन–2 सत्य है, कथन–2 कथन–1 की सही स्पष्टीकरण है।

(B) कथन–1 सत्य है, कथन–2 सत्य है, कथन–2, कथन–1 का सही स्पष्टीकरण नहीं है।

(C) कथन–1 सत्य है, कथन–2 असत्य है।

(D) कथन–1 असत्य है, कथन–2 सत्य है।

4. कथन–1: $f(x) = \{\tan x\} - [\tan x]$, $x = \frac{\pi}{3}$ पर सतत् है।
जहाँ [.] एवं {.} महत्त्म पूर्णांक फलन और भिन्नात्मक भाग निरूपित करते है।
कथन–2: यदि $y = f$ एवं $y = g(x)$, $x = a$ पर सतत् हो, तो $y = f(x) \pm g(x), x = a$ पर सतत् है।

(A) कथन–1 सत्य है, कथन–2 सत्य है, कथन–2 कथन–1 की सही स्पष्टीकरण है।

(B) कथन–1 सत्य है, कथन–2 सत्य है, कथन–2, कथन–1 का सही स्पष्टीकरण नहीं है।

(C) कथन–1 सत्य है, कथन–2 असत्य है।

(D) कथन–1 असत्य है, कथन–2 सत्य है।

5. कथन–1: $f(x) = \text{Sgn}(\cos x)$, $x = \frac{\pi}{2}$ अवकलनीय नहीं है।

कथन–2: $g(x) = [\cos x]$, $x = \frac{\pi}{2}$ पर अवकलनीय नहीं है। जहाँ [.] महत्त्म पूर्णांक फलन है।

(A) कथन–1 सत्य है, कथन–2 सत्य है, कथन–2 कथन–1 की सही स्पष्टीकरण है।
(B) कथन–1 सत्य है, कथन–2 सत्य है, कथन–2, कथन–1 का सही स्पष्टीकरण नहीं है।
(C) कथन–1 सत्य है, कथन–2 असत्य है।
(D) कथन–1 असत्य है, कथन–2 सत्य है।

6. कथन–1: $f(x) = |x-2| + \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 1} + \tan x, f(x)$ के प्रान्त में सतत् फलन है।
कथन–2: सभी निरपेक्ष मान बहुपदीय फलन, परिमेय बहुपदीय फलन त्रिकोणमितिय फलन इनके प्रानत में सतत् है।

(A) कथन–1 सत्य है, कथन–2 सत्य है, कथन–2 कथन–1 की सही स्पष्टीकरण है।
(B) कथन–1 सत्य है, कथन–2 सत्य है, कथन–2, कथन–1 का सही स्पष्टीकरण नहीं है।
(C) कथन–1 सत्य है, कथन–2 असत्य है।
(D) कथन–1 असत्य है, कथन–2 सत्य है।

## 3-B (अनुच्छेद)

7. **अनुच्छेद**

मानाकि $f(x)=\begin{cases} xg(x) & ,x\le 0 \\ x+ax^2-x^3 & ,x>0 \end{cases}$ जहाँ $g(t)=\lim_{x\to 0}(1+a\tan x)^{t/x}$, a a धनात्मक अचर है।

7.1 यदि a सम अभाज्य संख्या है, तो g(2) =

(A) $e^2$ (B) $e^3$ (C) $e^4$ (D) इनमें से कोई नहीं

7.2 a के सभी मानो का समुच्चय जिसके लिए फलन f(x), x = 0 पर सतत् है–

(A) (-1, 10) (B) $(-\infty,\infty)$ (C) $(0,\infty)$ (D) इनमें से कोई नहीं

7.3 यदि f(x) = x = 0 पर अवकलनीय है, तो $a\in$

(A) (-5, -1) (B) (-10, 3) (C) $(0,\infty)$ (D) इनमें से कोई नहीं

**8. अनुच्छेद**

एक फलन f(x) जिसके गुणधर्म निम्नलिखित है–
(i) x = 3 को छोड़कर f(x) सतत् है–
(ii) x = - 2 और x = 3 को छोड़कर f(x) अवकलनीय है।
(iii) $f(0)=0, \lim_{x\to 3} f(x)\to-\infty, \lim_{x\to-\infty} f(x)=3, \lim_{x\to\infty} f(x)=0$
(iv) $f'(x)>0\ \forall\ x\in(-\infty,-2)\cup(3,\infty)$ एवं $f'(x)\le 0\ \forall\ x\in(-2,3)$
(v) $f''(x)>0\ \forall\ x\in(-\infty,-2)\cup(-2,\infty)$ एवं $f''(x)<0\ \forall\ x\in(0,3)\cup(3,\infty)$
तो निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए–

8.1 f(x) = |x| के अकिधकतम संभावित हलों की संख्या है–

(A) 2 (B) 1 (C) 3 (D) 4

8.2 फलन $y=f(-|x|)$ का आलेख है–

(A) सभी x के लिए अवकलनीय है यदि f'(0) = 0
(B) दो बिन्दुओं पर सतत् लेकिन अवकलनीय नहीं है यदि f'(0) = 0
(C) एक बिन्दु पर सतत् लेकिन अवकलनीय नहीं है यदि f'(0) = 0
(D) दो बिन्दुओं पर सतत् है यदि f'(0) = 0

8.3 f(x) + 3x = 0 के पांच हलों है यदि

(A) f(-2) >6 (B) f'(0) < - 3 and f(-2) > 6
(C) f' (0) > - 3 (D) f'(0) > - 3 and (-2) > 6

## 3-D (सत्य / असत्य कथन)

9. माना $f(x)=\dfrac{\sin(\pi[x-\pi])}{1+[x]^2}$ जहाँ महत्तम पूर्णांक फलन को प्रदर्शित करता है, तब $f(x), x=n+\pi, n\in I$ पर असतत है।

10. फलन f(x) = p[x + 1] + q[x - 1 ], (जहाँ [.] महत्त्म पूर्णांक फलन को दर्शाता है) x = 1 पर सतत् होगा यदि p + q = 0

11. माना $-1\le x\le 2$ के लिऐ f(x) = |[x]x| तब f, x = 2 पर अवकलनीय नहीं है।

12. $\sin^{-1}(\sin x), x = \frac{\pi}{4}$ पर अवकलनीय नहीं है।

13. यदि f(x) केवल x के सभी वास्तविक मानों के लिये केवल परिमेय मान ग्रहण करता हो तथा सतत् हो, तो f'(10) = 10.

**3-E(रिक्त स्थान की पूर्ति)**

14. $f(x) = |x \operatorname{sgn}(1-x^2)|$ जिन बिन्दुओं पर अवकलनीय नहीं है, उनकी संख्या ———— है।

15. $f(x) = \begin{cases} a\sin\frac{\pi}{2}(x+1) & , x \le 0 \\ \frac{\tan x - \sin x}{x^3} & , x > 0 \end{cases}$ इस प्रकार परिभाषित है कि f(x), x = 0 पर सतत् है। a का मान ———— होगा ।

16. यदि फलन $f(x) = \begin{cases} x + a\sqrt{2}\sin x & , 0 \le x < \frac{\pi}{4} \\ 2x\cot + b & , \frac{\pi}{4} \le x \le \frac{\pi}{2} \\ a\cos 2x - b\sin x & , \frac{\pi}{2} < x \le \pi \end{cases}$ अन्तराल $[0,\pi]$ में सतत् हो तो a = _____और b = _____ है।

17. उन सभी बिन्दुओं का समुच्चय जहाँ फलन $\sqrt[3]{x^2|x|}$ अवकलनीय हो,_____है।

18. यदि $f(x) = \cos^{-1}(\cos x)$ तब वह बिन्दु जहाँ f अवकलनीय है f'(x) बराबर है_____.

# Exercise - 4

**4-A (पूर्ववर्ती JEE परीक्षा प्रश्न)**

**IIT-JE-2008**

1. माना $g(x) = \frac{(x-1)^n}{\log\cos^m(x-1)}$; 0 < x < 2, m व n पूर्ण संख्याएं है, $m \ne 0, > 0$ और माना $|x-1|$ का x = 1 पर बायाँ अवकलज P है। यदि $\lim_{x\to 1^+} g(x) = p$ तब

(A) n = 1, m = 1 (B) n = 1, m = -1 (C) n =, m = 2 (D) n > 2 m = n

2. माना वास्तविक मानों वाले फलन f और g अंतराल (-1,1) पर इस प्रकार परिभाषित है कि g"(x) संतत है, $g(0) \ne 0, g'(0) = 0, g''(0) \ne 0$ तथा $f(x) = g(x)\sin x$

कथन –1: $\lim_{x\to 0}[g(x)\cot x - g(0)\operatorname{cosec} x] = f''(0)$

और

कथन–2: f'(0) = f(0)

(A) कथन–1 सत्य है, कथन–2 सत्य है, कथन–2 कथन–1 की सही स्पष्टीकरण है।

(B) कथन–1 सत्य है, कथन–2 सत्य है, कथन–2, कथन–1 का सही स्पष्टीकरण नहीं है।
(C) कथन–1 सत्य है, कथन–2 असत्य है।
(D) कथन–1 असत्य है, कथन–2 सत्य है।

---

**IIT-JEE-2007**

3. मिलान कीजिए ।

| | स्तम्भ I | | स्तम्भ II |
|---|---|---|---|
| (A) | $x\|x\|$ | (p) | (-1, 1) में सतत् |
| (B) | $\sqrt{\|x\|}$ | (q) | (-1 , 1) में अवकलनीय |
| (C) | $x+[x]$ | (r) | (-1, 1) में एकदिष्ट वर्द्धमान |
| (D) | $\|x-1\|+\|x+1\|$ | (s) | (-1, 1) में कम से कम एक बिन्दु पर अवकलनीय नहीं |

---

**IIT-JEE 2006**

4. यदि $f(x) = \min\{1, x^2, x^3\}$ हो तो

(A) सभी $x \in R$ के लिऐ f(x) सतत् है।
(B) $f'(x) > 0, \forall\, x > 1$
(C) सभी $x \in R$ के लिऐ f(x) सतत् है किन्तु अवकलनीय नहीं हे।
(D) x के दो मानों के लिये f(x) अवकलनीय नहीं है।

5. एक फलन f(x) अन्तराल [1 ,4] में इस प्रकार परिभाषित है, कि –

$f(x) = \begin{cases} \log_e[x], 1 \le x < 3 \\ \|\log_e x\|, 3 \le x < 4 \end{cases}$ फलन f(x) का आलेख ([.] महत्तम पूर्णांक फलन को प्रदर्शित करता है।)

(A) दो बिन्दुओं पर टूटता है।
(B) ठीक एक बिन्दु पर टूटता है।
(C) दो बिन्दुओं पर परिमित स्पर्श रेखा नहीं रखता है।
(D) एक से अधिक बिन्दुओं पर परिमित स्पर्श रेखा नहीं रखता है।

**IIT-JEE-2005**

6. निम्न में से किस बिन्दु के अतिरिक्त फलन $y = \|x| - 1|$ सभी वास्तविक संख्याओं के लिए अवकलनीय है ?

(A) {-1, 0, 1} (B) $\pm 1$ (C) -1 (D) 1

7. यदि f(x) एक सतत् और अवकलनीय फलन है तथा $f\left(\frac{1}{n}\right) = 0 \forall n \ge 1$ और $n \in Z$ हो, तो

(A) $f(x) = 0, x \in (0,1]$ (B) $f(0) = 0, f'(0) = 0$
(C) $f'(0) = 0 = f''(0), x \in (0,1]$ (D) f(0) = o, f'(o) = o का शून्य होना आवश्यक नही है।

8. यदि सभी $x, y \in R$ के लिऐ f(x - y = f(x) . g(y) - f(y) . g(x) और g(x - y ) = g(x) . g(y) + f(x) . f(y) हो और f(x) के लिऐ x = 0 पर दायाँ अवकलज विद्यमान हो, तो x = 0 पर g(x) का अवकलज ज्ञात कीजिए।

---

**IIT-JEE-2004**

9. यदि f(x) अवकनीय तथा एकदिष्ट वर्द्धमान फलन हो, तो $\lim_{x\to 0} \frac{f(x^2) - f(x)}{f(x) - f(0)}$ का मान है–

(A) 1 (B) 0 (C) -1 (D) 2

10. यदि $|c| \le \frac{1}{2}$ हो और x = 0 पर f(x) एक अवकनीय फलन द्वारा दिया जाता हो, तो a का

$$f(x)=\begin{cases} b\sin^{-1}\left(\frac{c+x}{2}\right) & ,-\frac{1}{2}<x<0 \\ \frac{1}{2} & ,x=0 \\ \frac{e^{\frac{ax}{2}}-1}{x} & ,0<x<\frac{1}{2} \end{cases}$$ है, जो निम्न मान ज्ञात कीजिए और सिद्ध कीजिए कि $64\,b^2 = 4 - c^2$

---

**IIT-JEE-2003**

11. दिया गया है कि f'(2) = 6 और f'(1) = 4 हो तो $\lim_{h\to 0}\frac{f(2h+2+h^2)-f(2)}{f(h-h^2+1)-f(1)}$

(A) विद्यमान नहीं है। (B) -3/2 के बराबर है (C) 3/2 के बराबर है (D) 3 के बराबर है

12. यदि एक विषम फलन $f:[-2a,2a]\ f:[-2a,2a]\to R$ इस प्रकार है कि $x\in[a,2a]$ के लिऐ f(x) = f(2a - x) और x = a पर बायाँ अवकलज 0 हो, तो x = - a पर बायाँ अवकलज ज्ञात कीजिए।

---

**IIT-JEE-2002**

13. फलन $f(x)=\begin{cases} \tan^{-1}x, & \text{यदि } |x|\le 1 \\ \frac{1}{2}(|x|-1) & \text{यदि } |x|>1 \end{cases}$ के अवकजल का प्रान्त है–

(A) R- {0} (B) R - {1} (C) R- {-1} (D) R - {-1, 1}

14. माना कि $f:R\to R$ इस प्रकार है कि f(1) = 3 और f'(1) = 6 हो, तो $\lim_{x\to 0}\left(\frac{f(1+x)}{f(1)}\right)^{\frac{1}{x}}$ =

(A) 1 (B) $e^{\frac{1}{2}}$ (C) $e^2$ (D) $e^3$

15. माना कि जहाँ a और b अऋणात्मक वास्तविक संख्याएं हैं, तब संयुक्त फलन gof ज्ञात कीजिए। यदि सभी वास्तविक x के लिऐ (gof) (x) सतत् है, तो a तथा b के मान ज्ञात कीजिए। पुनः a व b के इन मानों के लिए, क्या x = 0 पर gof अवकलनीय है?

---

**IIT-JEE 2001**

16. x = k (k एक पूर्णांक है) पर f(x) = [x] sin (πx) का बायाँ अवकलज है–

(A) $(-1)^k(k-1)\pi$ (B) $(-1)^{k-1}(k-1)\pi$ (C) $(-1)^k k\pi$ (D) $(-1)^{k-1}k\pi$

17. निम्न फलनों में से कौन सा फलन x = 0 पर अवकलनीय है ?

(A) $\cos(|x|)+|x|$ (B) $\cos(|x|)-|x|$ (C) $\sin(|x|)+|x|$ (D) $\sin(|x|)-|x|$

18. माना $f:R\to R$ एक फलन है जो f(x) = max. $\{x, x^3\}$ से परिभाषित किया जाता है, तो जिन बिन्दुओं पर f(x) अवकलनीय नहीं है उनका समुच्चय है–

(A) {-1, 1} (B) {-1, 0} (C) {0, 1} (D) {-1. 0, 1}

19. माना कि $\alpha\in R$ है। सिद्ध कीजिए कि एक फलन $f:R\to R,\alpha$ पर अवकलनीय है यदि और केवल यदि यहाँ एक फलन

$g:R\to R$ इस प्रकार है कि जो कि $\alpha$ पर सतत् है और सभी $x\in R$ के लए $f(x)-f(\alpha)=g(x)(x-\alpha)$

---

**IIT-JRR-2000**

20. माना कि $f:R\to R$ कोई फलन है और $g:R\to R$ इस प्रकार परिभाषित है कि $g(x)=|f(x)|,\forall x\in R,$ तो g है:–

(A) आच्छादक, यदि f आच्छादक है
(B) एकैकी, यदि f एकैकी है
(C) सतत् यदि f सतत् है
(D) अवकलनीय, यदि f अवकलनीय है

---

**IIT-JEE-1999**

21. फलन $f(x) = [x]^2 - [x^2]$ जहाँ [ ] महत्त्म पूर्णांक फलन को प्रदर्शित करता है, असतत् है–

(A) सभी पूर्णाकों पर
(B) 0 एवं 1 के अलावा सभी पूर्णांकों पर
(C) 0 के अलावा सभी पूर्णांकों पर
(D) अवकलनीय, यदि f अवकलनीय है

22. फलन $f(x) = (x^2 + 1)\,|\,x^2 - 3x + 2\,|\,+ \cos(|x|)$ किस बिन्दु पर अवकलनीय नहीं है ?
(A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2.

---

**IIT-JEE 1998**

23. माना कि प्रत्येक वास्तविक संख्या x के लिऐ $f(x) = \min\{x, x^2\}$ हो, तो

(A) सभी x के लिऐ f सतत् है
(B) सभी x के लिए f अवकलनीय है।
(C) $f'(x)=0\,\forall\, x>1$
(D) 0 और 1 पर f अवकलनीय है।

---

**IIT-JEE-1997**

24. माना $1\le x\le 3$ के लिऐ f(x) सतत् फलन है। यदि x के सभी मानों के लिये f(x) के मान परिमेय है एवं f(2) = 10 हो, तो f(1.5 =.....

25. $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{\ell n(1+2h)-2\ell n(1+h)}{h^2}=....$

26. माना कि $f(x)=\begin{cases} xe^{-\left(\frac{1}{|x|}+\frac{1}{x}\right)} & ,\ x\neq 0 \\ 0 & ,\ x=0\end{cases}$ हो, तो जाँच कीजिए क्या
(a) x = 0 पर f(x) सतत् है।
(b) x = 0 पर f(x)अवकलनीय है ?

27. x के वे मान ज्ञात कीजिए जिनके लिए फलन $f(x)=\begin{cases} 1-x & ,\ x<1 \\ (1-x)(2-x) & ,\ 1\le x\le 2 \\ 3-x & ,\ x>2\end{cases}$ सतत् या अवकलनीय नहीं है और अपने उत्तर को सत्यापित कीजिए।

---

**IIT-JEE 1996**

28. माना $f(x)=[x]\sin\left(\dfrac{\pi}{[x+1]}\right)$ जहाँ [.] महत्तम पूर्णांक फलन को व्यक्त करता है असंतत हो, तो f का प्रान्त..... है और प्रान्त में f के असतत्ता के बिन्दु..... है।

**IIT-JEE 1995**

29. माना फलन $f(x)=[x]\cos\left(\frac{2x-1}{2}\right)\pi$ (जहाँ [.] महत्त्म पूर्णांक फलन को व्यक्त करता है) असंतत् है।

(A) सभी x पर (B) सभी पूर्णांकों पर

(C) किसी x पर नहीं (D) x जो पूर्णांक नहीं है

30. माना सभी x और y के लिए $f\left(\frac{x+y}{2}\right)=\frac{f(x)+fy)}{2}$ यदि f'(0) विद्यमान हो और -1 के बराबर है तथा f(0) = 1 हो, तो f(2) ज्ञात कीजिए।

**IIT-JEE1994**

31. माना $f(x)=\begin{cases}\{1+|\sin x|\}^{a/|\sin x|} & ;\ \frac{\pi}{6}<x<0\\ b & ;\ x=0\\ e^{\tan 2x/\tan 2x} & ;\ 0<x<\frac{\pi}{6}\end{cases}$

a और b के मान ज्ञात कीजिए ताकि x = 0 पर f(x) सतत् हो।

## 4-B (पूर्ववर्ती AIEEE/DCE परीक्षा प्रश्न)

32. माना $f:R\to R$ में परिभाषित फलन f(x) = Min {x + 1, |x| + 1} है तब निम्न में से कौनसा सत्य है ?

(A) सभी $x\in R$ के लिऐ $f(x)\geq 1$ (B) x = 1 पर f(x) अवकलनीय नहीं है।

(C) सभी जगह f(x) अवकलनीय है (D) x = 0 पर f(x) अवकनीय नहीं है।

33. फलन $f:R/\{0\}\to R$ में दिया गया $f(x)=\frac{1}{x}-\frac{2}{e^{2x}-1}$ का x = 0 पर संतत् बनाया जा सकता है तब f(0) बराबर है

(A) 2 (B) -1 (C) 0 (D) 1

34. बिन्दुओं का समुच्चय जहाँ $f(x)=\frac{x}{1+|x|}$ अवकलनीय है–

(A) $(-\infty,-1)\cup(-1,\infty)$ (B) $(\infty,\infty)$ (C) $(0,-\infty)$ (D) $(-\infty,0)\cup(0,\infty)$

35. माना x = 1 पर f(x) अवकलनीय है और $\lim_{h\to 0}\frac{1}{h}f(1+h)=5$ तब f'(1) बराबर है–

(A) 6 (B) 5 (C) 4 (D) 3

36. माना सभी x के लिऐ f अवकलनीय है यदि $x\in[1,6]$ के लिऐ f(1) = -2 और $f'(x)\leq 2$ तब

(A) f(6) = 5 (B) f(6) < 5 (C) f(6) <8 (D) f(6) ≥ 8.

37. यदि f, वास्तविक मान फलन $|f(x)-f(y)\le(x-y)^2, x\,y\in R|$ को संतुष्ट करता है और f(0) = 0 तब f(1) बराबर है–

(A) 1 (B) 2 (C) 0 (D) -1

38. यदि $f(x)=\begin{cases} xe^{-\left[\frac{1}{|x|}+\frac{1}{x}\right]}, & x\neq 0 \\ 0, & x=0 \end{cases}$ तो f(x) है–

(A) सभी x के लिए संतत और अवकलनीय
(B) सभी x के लिए संतत् परन्तु x = 0 पर अवकलनीय नहीं है।
(C) x = 0 पर न तो संतत् और न ही अवकलनीय
(D) सभी जगह असंतत्

39. $f(x)=\begin{cases} \frac{\sin 3x}{\sin x}, & \text{जहाँ } x\neq 0 \\ k, & \text{जहाँ} \end{cases}$ के लिए फलन संतत् हो, तो k का मान है–

(A) -1 (B) -3 (C) 0 (D) 3

40. f(x) = sin |x| तब f(x) अवकलनीय है–

(A) $\frac{\pi}{2}$ का गुणज (B) $\pi$ का गुणज (C) सभी x (D) केवल x =0

41. x = 0 पर f(x) संतत् तथा f(0) = 0 हो k का मान होना चाहिए

(A) 1 (B) 0 (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{3}{5}$

42. बिन्दुओं की संख्या जहाँ $x\in[0,4]$ के लिऐ फलन $f(x)=(|x-1|+|x-2|+\cos x)$ असंतत् है–

(A) 3 (B) 2 (C) 1 (D) 0

43. माना $f(x)=\begin{cases} x^p\sin\frac{1}{x}, & x\neq 0 \\ 0, & x=0 \end{cases}$, तब x = 0 पर f(x) संतत् है परन्तु अवकलनीय नहीं है यदि

(A) $0<p\le 1$ (B) $1\le p<8$ (C) $-\infty<p<0$ (D) p = 0

44. यदि $f(x)=\begin{cases} \frac{1-|x|}{1+x}, & x\neq -1 \\ 1, & x=-1 \end{cases}$ तब f([2x]) है जहाँ [ ] महत्तम पूर्णांक फलन को व्यक्त करता है

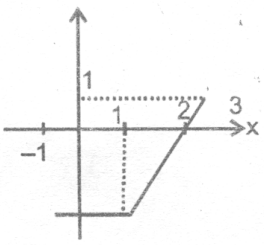
(A) x = -1 पर संतत् (B) x = 0 पर संतत्

(C) x = 1/2 पर असंतत् (D) उपरोक्त सभी

45. माना f और g अवकलनीय फलन g'(a) = 2, g(a) = b तथा fog = 1 (तत्समक फलन) को संतुष्ट करते है, तब f'(b) बराबर है–

(A) 1/2 (B) 2 (C) 2/3 (D) इनमें से कोई नहीं

46. दिए गए चित्र में f(x) का आलेख है $|f(x)|$ अवकलनीय नहीं है। (-1, 3) अन्तराल में x का मान जहाँ

(A) 3 & 2 (B) 

0 & 2 (D) इनमें से कोई नहीं

47. माना समीकरण x, y के लिए f(x + y) = f(x) f(y) जहाँ $f(0) \neq 0$ यदि f' (0) = 2 तब f(x) बराबर है–

(A) Aex (B) e2x (C) 2x (D) इनमे से कोई नही

48. माना फलन $f: R \to R$ में सभी $x \in R$ के लिऐ समीकरण f(x + y) = f(x). f(y) संतुष्ट करती है तथा $f(x) \neq 0$ माना x = 0 पर फलन अवकलनीय है और f' (0) = 2, तब f'(x) =

(A) f(x) (B) 2f(x) (C) -f(x) (D) -2 f(x)

# Answers

**EXERCISE # 1-A**

1. A 2. B 3. D 4. C 5. C 6. C 7. B

8. B 9. B 10. B 11. B 12. B 13. D 14. D

15. B 16. A 17. B 18. D 19. D 20. C 21. ABC 22. BCD 23. ABC 24. ABD

25. BD

**EXERCISE # 1-B**

1. $a = -\frac{3}{2}, b \neq 0, c = \frac{1}{2}$

2. $a = \frac{1}{2}, b = 4$

3. (i) x = 1 पर संतत् (ii) संतत्
(iii) असंतत् (iv) x = 1, 2 पर संतत्

4. (a) -2,2,3 (b) k = 5 (c) even

5. (i) Non-removable (ii) Removable
(iii) Removable (iv) Removable

6. (i) $x \in R - \{2,3\}$ (ii) $x \in R - \{-1,1\}$
(iii) $x \in R$
(iv) $x \in R - \{(2n+1), n \in I\}$

7. [-2, 2] में सभी प्रर्णांकों पर असतत्

8. $n\pi \pm \frac{\pi}{4}, (2n+1)\frac{\pi}{2}, n \in I$ पर सतत् नहीं है।

9. $g(x) = 2 + x; 0 \leq x \leq 1$
$= 2 - x; 1 < x \leq 2,$
$= 4 - x; 2 < x \leq 3,$

10. दोनों बिन्दु पर सतत् परन्तु सिर्फ x = 2 पर अवकलनीय

11. x = 0, अपकलनीय नहीं है।

12. a = 1/2, b = 3/2

13. x= 0 पर सतत् परन्तु अवकलनीय नही है, $x = \pi/2$ सतत् और अवकलनीय है।

15. $f, -1 < x \leq 3$ में पूर्णांकों पर अवकलनीय नहीं है।

16. x = 1/2 पर f सतत् है लेकिन अवकलनीय नहीं है। x = 1, 2 पर f सतत् तथा अवकलनीय नहीं है।

17. -2 18. $f(x) = e^{x'(0)} \forall x \in R$

**EXERCISE # 2-A**

1. B 2. D 3. C 4. C 5. D 6. B 7. B

8. C 9. C 10. A 11. A 12. B 13. C 14. C

15. C 16. C 17. D 18. D 19. CD 20. ABC

21. BD 22. ABC 23. B 24. AC

**EXERCISE # 1-B**

1. A = 0 ; B = -1

2. [0, 2] में x = 0, 1/2 1 & 2 बिन्दुओं को छोड़कर फलन f सभी जगह संतत्

3. (i) प्रान्त में सभी जगह संतत्
(ii) प्रान्त में सभी जगह संतत्

6. असंतत् 7. A = -4, B = 5, f(0) = 1

8. असतत् x = 1 पर

9. f(x) सतत् है पर अवकलनीय नहीं $x = n\pi, n \in I$ पर f(x)र्ती नहीं है।

10. f सतत् है पर अवकलनीय नहीं x = 1 पर x = 2 और x = 3 सतत् है, बाकी सारे बिन्दुओं पर सतत् एवं अवकलनीय है।

11. दो बार अवकलनीय है x = 1 को छोड़कर R में

12 $f(x) = 2x^2 \text{for} 0 \le x \le 1\ f(x) = 0 \text{for} -1 \le x < 0$, f अवकलनीय एवं सतत् है x=0 पर

14. $0 \le x \le 1$ में सतत् है पर x= 0 पर अवकलनीय नहीं है

16. $a = \frac{1}{6}; b = \frac{\pi}{4} - \frac{13}{6}$

**EXERCISE # 3**

1. (A) → (p,r,s) (B) → (p,r,s) (C) → (q,r,s)(D) → (r,s)

2. (A) → (p,q,s) (B) → (p,r,s) (C) → (p,r,s) (D) → (p,r,s)

3. C 4. A 5. B 6. A 7.1 C 7.2 C 7.3 C

8. 1 C 8.2 B 8.3 D 9. False 10. True

11. True 12. False 13. False 14. 3 15. $\frac{1}{2}$

16. $a = \pi/6, b = -\pi/12$ 17. $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

18. sgn (sin x)

**EXERCISE # 4**

1. C 2. A

3. (A) → p,q,r(B) → p,s (C) → r,s (D) → p,q

4. AC 5. AC 6. A 7. B 8. 0 9. C 10. 1

11. D 12. 0 13. D 14. C

15. $g(f(x)) = \begin{cases} x + x + 1 & \text{if } x < -a \\ (x + a - 1)^2 + b & \text{if } a \le x < 0 \\ x^2 + b & \text{if } 0 \le x \le 1' \\ (x - 2)^2 + b & \text{if } x > 1 \end{cases}$

16. A 17. D 18. BD 20. C 21. D 22. D 23. A

24. 10 25. -1

26. X= 0 पर संतत्, X = 0 पर अवकलनीय है

27. x = 2 को छोड़कर सभी बिन्दुओं पर f संतत् और अवकलनीय

28. $(-\infty, -1) \cup [0, \infty), I - \{0\}$ जहाँ I पूर्णांकों का समुच्चय है n = -1, को छोड़कर

29. B 30. -1 31. $a = \frac{2}{3}, b = e^{2/3}$ 32. A 33. D

34. B 35. B 36. D 37. C 38. B 39. A 40. A

41. B 42.D 43. A 44. D 45. A 46. B 47. B

48.B

# MQB

## EXERCISE # 1(बहुविकल्पीय प्रश्न)

**केवल एक विकल्प सही**

1. f(0) का मान जिसके लिये फलन, $f(x) = \frac{\sqrt{(a^2 - ax + x^2)} - \sqrt{(a^2 + ax + x^2)}}{\sqrt{(a + x)} - \sqrt{(a - x)}}$ (a > 0) x के सभी मानों के लिये सतत् है, होगा।

(A) $a\sqrt{a}$ (B) $\sqrt{a}$ (C) $-\sqrt{a}$ (D) $-a\sqrt{a}$

2. फलन $f(x)=1+2^{(1/x)}$ है–

(A) प्रत्येक जगह सतत् है (B) कही भी सतत् नहीं है

(B) एक बिन्दु को छोड़कर सब जगह सतत् (D) इनमें से कोई नहीं

3. फलन $f(x)=[x]\cos\left[\frac{(2x-1)}{2}\right]\pi$, ( [.] महत्त्म पूर्णांक फलन को प्रदर्शित करता है ) पर असतत् है।

(A) सभी x पर (B) $x=n/2, n\in I-\{1\}$

(C) किसी भी x पर नहीं (D) x जो कि पूर्णांक नहीं है

4. फलन $f(x)=\underset{n\to\infty}{\text{Lim}}\frac{(2\sin x)^{2n}}{3^n-(2\cos x)^{2n}}$ की असत्ता के बिन्दुओं का समुच्चय होगा।

(A) R (B) $\left[n\pi\pm\frac{\pi}{3}:n\in I\right]$ (C) $\left\{n\pi\pm\frac{\pi}{3}:n\in I\right\}$ (D) इनमें से कोई नहीं

5. यदि $f(x)=\begin{cases}\frac{\sin[\cos x]}{x-\frac{\pi}{2}} & ,x\neq\frac{\pi}{2}\\ 1 & ,x=\frac{\pi}{2}\end{cases}$, जहाँ {.} भिन्नात्मक भाग फलन को प्रदर्शित करता है तब f(x) है,

(A) $x=\frac{\pi}{2}$ पर सतत् (B) $\underset{x\to\frac{\pi}{2}}{\text{Lim}}f(x)$ विद्यमान है पर $f, x=\frac{\pi}{2}$ पर सतत् नहीं है।

(C) $\underset{x\to\frac{\pi}{2}}{\text{Lim}}f(x)$ विद्यमान नहीं है। (D) $\underset{x\to\frac{\pi}{2}}{\text{Lim}}f(x)=1$

6. यदि $f(x)=\begin{cases}\frac{e^{|x|+|x|}-2}{|x|+|x|} & ,x\neq0\\ -1 & ,x=0\end{cases}$, ( [.] महत्तम पूर्णांक फलन को प्रदर्शित करता है) तब

(A) f(x), x = 0 पर सतत् है (B) $\lim_{x\to0^+}f(x)=-1$

(C) $\lim_{x\to0^-}f(x)=1$ (D) इनमें से कोई नहीं

7. माना f(x) = [cos x + sin x], $0 < x < 2\pi$ जहाँ [x] महत्तम पूर्णांक फलन को प्रदर्शित करता है, f(x) की असत्ता के कुल बिन्दु होगे।

(A) 6 (B) 5 (C) 4 (D) 3

8. फलन $f(x)=\left[x^2\left[\frac{1}{x^2}\right]\right], x\neq 0$ जहां [x] महत्त्म पूर्णांक फलन को प्रदर्शित करता है, होगा।

(A) x = 1 पर सतत् (B) x = - 1 पर सतत्

(B) अनन्त बिन्दुओं पर असतत् (D) x = - 1 पर असतत्

9. फलन $f(x)=\begin{bmatrix}\sin(\ell n|x|) & x\neq 0\\ 1 & x=0\end{bmatrix}$

(A) x = 0 पर सतत् (B) x = 0 पर विस्थापनीय सतत्ता रखता है

(C) x = 0 पर अनियमित असतत्ता रखता है। (D) x= 0 पर द्वितीय प्रकार की असतत्ता रखता है।

10. सभी बिन्दुओं का समुच्चय जिसके जिये $f(x)=\frac{|x-3|}{|x-2|}+\frac{1}{[1+x]}$ जहाँ [.] महत्तम पूर्णांक फलन को प्रदर्शित करता है, सतत् है

(A) R (B) R - [-1, 0]

(C) $R-(\{2\}\cup[-1,0])$ (D) $R-\{(-1,0)\cup n, n\in I\}$

11. माना $f(x)=x-|x-x^2|, x\in[-1,1]$ तो बिन्दुओं की कुल संख्या जिसके लिये f(x) असतत् है।

(A) 1 (B) 2 (C) 0 (D) इनमें से कोई नहीं

12. माना f(x) सतत् फलन है जब $1\le x\le 3$, यदि f(x), x के सभी परिमेय मान लेता है और g(2) = 10 तो f(1.5) का मान होगा।

(A) 7.5 (B) 10 (C) 8 (D) इनमें से कोई नहीं

13. यदि [x] और {x} किसी वास्तविक संख्या x के लिये पूर्णाकीय और भिन्नात्मक भाग को प्रदर्शित करता है। और

$f(x)=\frac{a^{2|x|+\{x\}}-1}{2[x]+\{x\}}, x\neq 0. f(0)=\log_e a$, जहाँ $a>0, a\neq 1$ तो–

(A) x = 0 पर f(x) सतत् है (B) f(x) x = 0 पर विस्थापनीय असत्ता रखता है

(C) $\lim_{x\to 0} f(x)$ विद्यमान नहीं है (D) इनमें से कोई नहीं

14. यदि $f(x)=p|\sin x|+q.e^{|x|}+r|x|^3$ और f(x) x = 0 पर अवकलनीय है, तो–

(A) P = q = r = 0 (B) p - 0, q = 0, $r \in R$

(C) q = 0, r = 0 $p \in R$ (D) p + q = 0, $r \in R$

15. माना f(x) = sin x, g(x) = [x + 1] और g(f(x) = h(x) जहाँ [.] महत्तम पूर्णांक फलन है तो $h'\left(\frac{\pi}{2}\right)$ है–

(A) विद्यमान नहीं (B) 1 (C) -1 (D) इनमें से कोई नहीं

16. माना $f(x)=[x]+[1-x].x \in (-1,3)$ जहाँ [.] महत्तम पूर्णा फलन को प्रदर्शित करता है। कुल बिन्दुओं की संख्या जहाँ f(x) अवकलनीय नहीं है–

(A) 5 (B) 2 (C) 3 (D) 4

17. यदि $f(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{\{e^x\}^n-1}{\{e^x\}^n+1}$ जहाँ { } भिन्नात्मक भाग फलन है, तो

(A) f(x) एक असतत् फलन है (B) f(x) एक सम फलन है

(C) f(x) एक सतत् लेकिन अवकलनीय फलन नहीं है (D) f(x) सभी वास्तविक संख्याओं पर परिभाषित नहीं है

18. यदि $f(x)=a_0+a_1|x|+a_2|x|^2+a_3|x|^3$ एक अवकलनीय फलन है

(A) $a_0, a_1, a_2$ और $a_3$ की सभी वास्तविक मानों पर

(B) $a_0, a_1, a_2$ और $a_3$ के किसी भी वास्तविक मानों पर नहीं

(C) $a_0, a_2$ और $a_3$ और $a_1=0$ की किसी भी वास्तविक मानों पर

(D) $a_0$ और $a_2, = a_1 = a_3 = 0$ की सभी वास्तविक मानों पर

19. यदि f एक फलन है ताकि $f(x).f'(x)<0 \forall x \in R$ तो

(i) $|f(x)|$ ह्रासमान $\forall x \in R$ (ii) f(x) सतत् नहीं है यदि यह हमेशा समान चिन्ह का नहीं है

(iii) f(x) का विषम फलन है

(A) केवल (i) सही है (B) केवल (i) और (ii) सही है।

(C) केवल (ii) और (iii) सही है (D) (i), (ii) और (iii) सही है

20. यदि $f(x) = [\tan^2 x]$ (जहाँ [.] महत्तम पूर्णांक फलन है) तो–

(A) $\lim_{x\to 0} f(x)$ विद्यमान नहीं है (B) x = 0 पर f(x) सतत् है।

(C) x = 0 पर f(x) अवकलनीय नहीं है। (D) f(0) = 1

21. यदि $f(x) = [x]^2 + \sqrt{\{x\}^2}$ जहाँ [.] और {.} क्रमशः महत्तम पूर्णांक फलन और भिन्नात्मक फलन का प्रदर्शित करता है।

(A) f(x) सभी प्रर्णाकीय बिन्दु पर सतत् है (B) f(x), x = 0 पर सतत् और अवकलनीय है

(C) f(x) असतत् है $\forall x \in I-\{1\}$ (D) f(x) अवकलनीय नहीं है $\forall x \in I$

22. यदि f एक सम फलन है ताकि $\lim_{h\to 0^+}\frac{f(h)-f(0)}{h}$ कुछ निश्चित अशून्य मान रखता है, तो

(A) f, x = 0 पर सतत् है और अवकलनीय है। (B) x = 0 पर फलन f सतत् पर अवकलनीय नहीं है।

(C) f, x = 0 पर असतत् हो सकता है। (D) इनमें से कोई नहीं

**एक से अधिक विकल्प सही**

23. माना [x] महत्तम पूर्णांक x के बराबर या उससे छोटा है। यदि $f(x)=[x\sin\pi x]$ तो f(x) है–
(A) x = 0 पर सतत् (B) (-1, 0) में सतत् (C) x = 1 पर अकवलनीय (D) (-1, 1) में अवकलनीय

24. माना $f(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ x^2 & x\ge 0\end{cases}$ तो, सभी x के लिए
(A) f' अवकलनीय है (B) f अवकलनीय है (C) f' सतत् है (D) f सतत् है

25. माना f(x) $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}(\sin x)^{2n}$ तो f है
(A) $x=\pi/2$ पर सतत् (B) $x=\pi/2$ पर असतत्
(C) x = 0 पर असतत् (D) अनन्त बिन्दुओं पर असत्त

26. माना $f(x)=\dfrac{1}{[\sin x]}$ ([.] महत्तम पूर्णांक फलन के प्रदर्शित करता है) तो
(A) f(x) का प्रान्त $(2n\pi+\pi.2n\pi+2\pi)\cup\{2n\pi\}+\pi/2$
(B) f(x) सतत् है जब $2n\pi+\pi,2n\pi+2\pi$
(C) f(x) सतत् है $x=2n\pi+\pi/2$ पर
(D) f(x) $2\pi$ का अन्तराल रखता है

27. फलन $f(x)=\sqrt{1-\sqrt{1-x^2}}$
(A) प्रान्त $-1\le x\le 1$ (B) $f'(0^-)$ और $f'(0^+)$ दोनों निश्चित मान रखते है
(C) सतत् और अवकलनीय x = 0 पर (D) x = 0 सतत् है पर अवकलनीय

28. माना $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1-x^n}{1+x^n}$ तो
(A) f(X) 0 < x < 1 पर नियत है (B) f(x), x = 1 पर सतत् है।
(C) f(x), x = 1 पर अवकलनीय नहीं है। (D) इनमें से कोई नहीं

## EXERCISE # 2 (विषयात्मक प्रश्न)

1. फलन $f(x)=\underset{n\to\infty}{\text{Limit}}\dfrac{(1+\sin x)^n+\ln x}{2+(1+\sin x)^n}$ की सतत्ता की जांच करो

2. यदि $f\left(\dfrac{x+2y}{3}\right)=\dfrac{f(x)+2f(y)}{3}\ \forall\ x,y\in R$ ओर f(x) x = 0 पर सतत् है, सिद्ध कीजिए कि f(x) सभी $x\in R$ पर सतत् है।

3. यदि $f(x) = \sin x$ और $g(x) = \begin{cases} \max\{f(t); 0 \le tx, 0 \le x \le 2 \\ 3x - 4 \quad ; x > 2 \end{cases}$ $g(x) \forall x \ge 0$ की सतत्ता की जाँच करो।

4. यदि $g(x) = \begin{cases} \dfrac{1 - a^x + xa^x . \ln a}{x^2 a^x}, x < 0 \\ \dfrac{(2a)^x - x\ln 2a - 1, x > 0}{x^2} \end{cases}$ (जहाँ $a > 0$) तो 'a' और $g(0)$ ज्ञात करो ताकि $g(x)$, $x=0$ पर सतत् है।

5. यदि $f(x) = x^2 - 2|x|$ तो $g(x)$ की अवकलनीयता की जाँच करो, जबकि अन्तराल $[-2, 3]$ है, जहाँ

$$g(x) = \begin{cases} \min\{f(t); -2 \le t \le x\} & -2 \le x < 0 \\ \max\{f(t); 0 \le t \le x & 0 \le x \le 3 \end{cases}$$

6. माना $f(x)$ $[-2, 2]$ अन्तराल में परिभाषित है ताकि $f(x) = \begin{cases} -1, -2 \le + \le 0 \\ x - 1, 0 < x \le 2 \end{cases} (-2,2)$ में $g(x) = f(|x|) + |f(x)|$ की अवकलनीयता ज्ञात करो।

7. $f(x) = [x] + \{x\}^2$ की सतत्ता और अवकलनीयता ज्ञात करो। उनका आलेख भी खींचो। जहाँ $[.]$ और $\{.\}$ महत्तम पूर्णांक फलन और भिन्नात्मक भाग फलन को प्रदर्शित करता है–

8. फलन $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{1+|x|} & , |x| \ge 1 \\ \dfrac{x}{1-|x|} & , |x| < 1 \end{cases}$ की सतत्ता और अवकलनीयता की जाँच कीजिए।

9. फलन f की सतत्ता और अवकलनीयता की जाँच करो जो कि : $f(x) = \lim_{n\to\infty} \left( \lim_{m\to\infty} \dfrac{\cos^{2n}(m!\pi x) - 1}{\cos^{2n}(m!\pi x) + 1} \right)$ से परिभाषित है–

10. माना कि $f : R \to (-\pi, \pi)$ एक अवकलनीय फलन इस प्रकार है कि $f(x) + f(y) = f\left(\dfrac{x+y}{1-xy}\right), xy < 1$ यदि $f(1) = \dfrac{\pi}{2}$ और $\underset{x\to 0}{\text{Limit}} \dfrac{f(x)}{x} = 2$ हो, तो $f(x)$ ज्ञात कीजिए।

# Answers

**EXERCISE # 1**

1. C 2. C 3. B 4. C 5. C 6. D 7. B

8. C 9. D 10. D 11. C 12. B 13. C 14. D

15. A 16. C 17. A 18. C 19. B 20. B 21. C

22. B 23. ABD 24. BCD25. BD 26.ABD

27. ABD 28. AC 28.

**EXERCISE # 2**

1. $\pi$ के प्राकृतिक गुणाकों पर $f(x)$ असतत् है–

3. $x \ge 0$ पर सतत्, $x = 2$ को छोड़कर

4. $a = \dfrac{1}{\sqrt{2}}; g(0) = \dfrac{1}{8}(\ln 2)^2$

5. $x = 0$ और 2 पर अवकलनीय नहीं

6. $x = 0$ एवं $x = 1$ अवकलनीय नहीं

7. प्रत्येक जगह पर सतत् पर पूर्णांकिय बिन्दु पर

**Download FREE Study Package from www.TekoClasses.com & Learn on Video**
**www.MathsBySuhag.com Phone :0 903 903 7779, 98930 58881**

अवकलनीय नहीं है।

9.

8. असतत् और अवकलनीय नहीं है $\forall x \in R$

10. $f(x) = 2\tan^{-1}x$

# for 39 Yrs. Que. of IIT-JEE
# &
# 15 Yrs. Que. of AIEEE
# we have distributed already a book